En Math'endant les fêtes (titre provisoire)

Du 1er au 15 décembre, le laboratoire de Mathématiques du lycée organise un concours d’énigmes.
Tous les jours (même le samedi et le dimanche), sur les écrans ou sur e-lyco, vous pourrez découvrir une nouvelle énigme.
Les réponses sont à déposer dans la hotte devant la salle des professeurs.
Tous les élèves, ainsi que les personnels, sont invités à y participer.
Les 3 meilleurs participants-élèves seront récompensés.
Le détail complet du règlement est disponible dans votre messagerie e-lyco.

On calcule 1 + 3 + 6 + 10 + … : c'est la somme des nombres triangulaires.

Le nième nombre triangulaire est égal à $n(n+1)/2$ où n est un entier naturel.

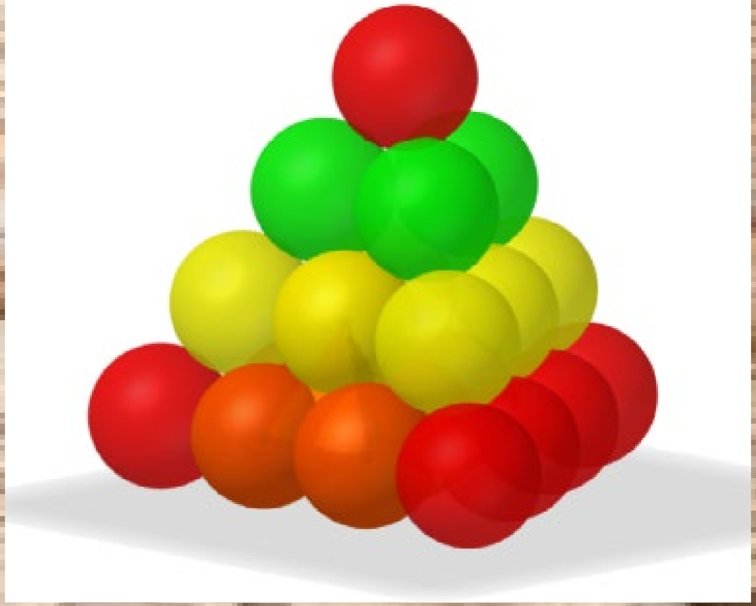
De plus, on passe d'un nombre à un autre en ajoutant le rang plus 1 du nombre triangulaire.

$1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 + 45 = 165 < 200$

$1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 + 45 + 55 = 220 > 200$

$200 – 165 = 35$

Il restera 35 boules.



Le cube a 12 arêtes donc $12a = 16{,}2$ donc $a = 1{,}35$ m

Le cube a 6 faces donc aire $= 1{,}35 \times 1{,}35 \times 6 = 10{,}935$ m².

$10{,}935/6 = 1{,}8825$.

Il faudra donc 2 litres.

Supposons que la classe compte 2 élèves : chacun prépare 3 cadeaux pour l'autre élève.

2 * (1 * 3) = 6 cadeaux.

Supposons que la classe compte 3 élèves : chacun prépare 3 cadeaux pour les deux autres élèves.

3 * (2 * 3) = 12 cadeaux.

Supposons que la classe compte 4 élèves : chacun prépare 3 cadeaux pour les trois autres élèves.

4 * (3 * 3) = 36 cadeaux.

Supposons que la classe compte n élèves : chacun des n élèves prépare 3 pour les (n - 1) autres élèves.

n * ((n - 1) * 3) = 1950.

donc n * (n - 1) = 650.

On peut terminer par tâtonnement (car n et (n-1) sont des entiers naturels consécutifs), ou bien par la résolution d'une équation du second degré dans N.

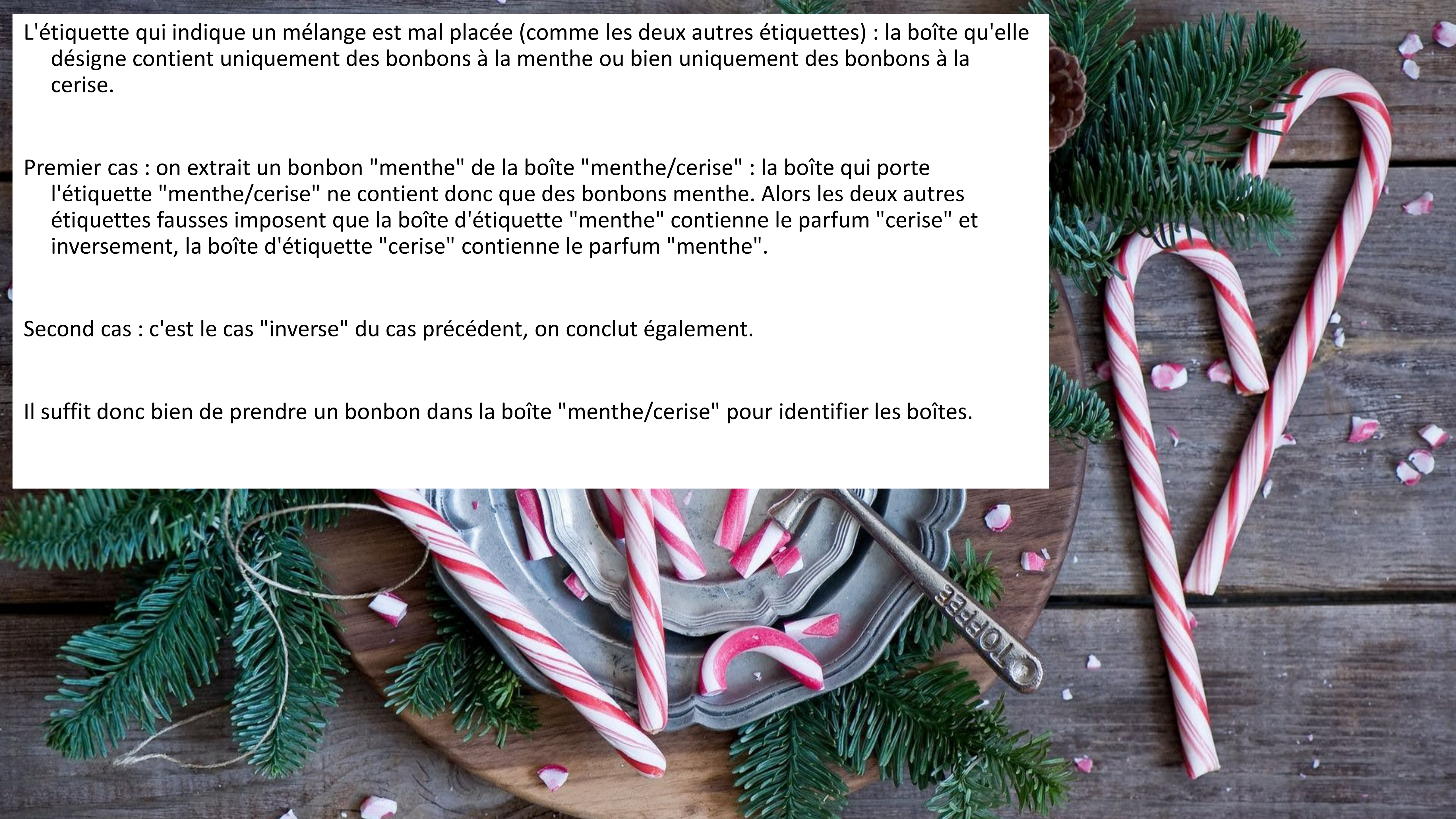
n = 26 élèves

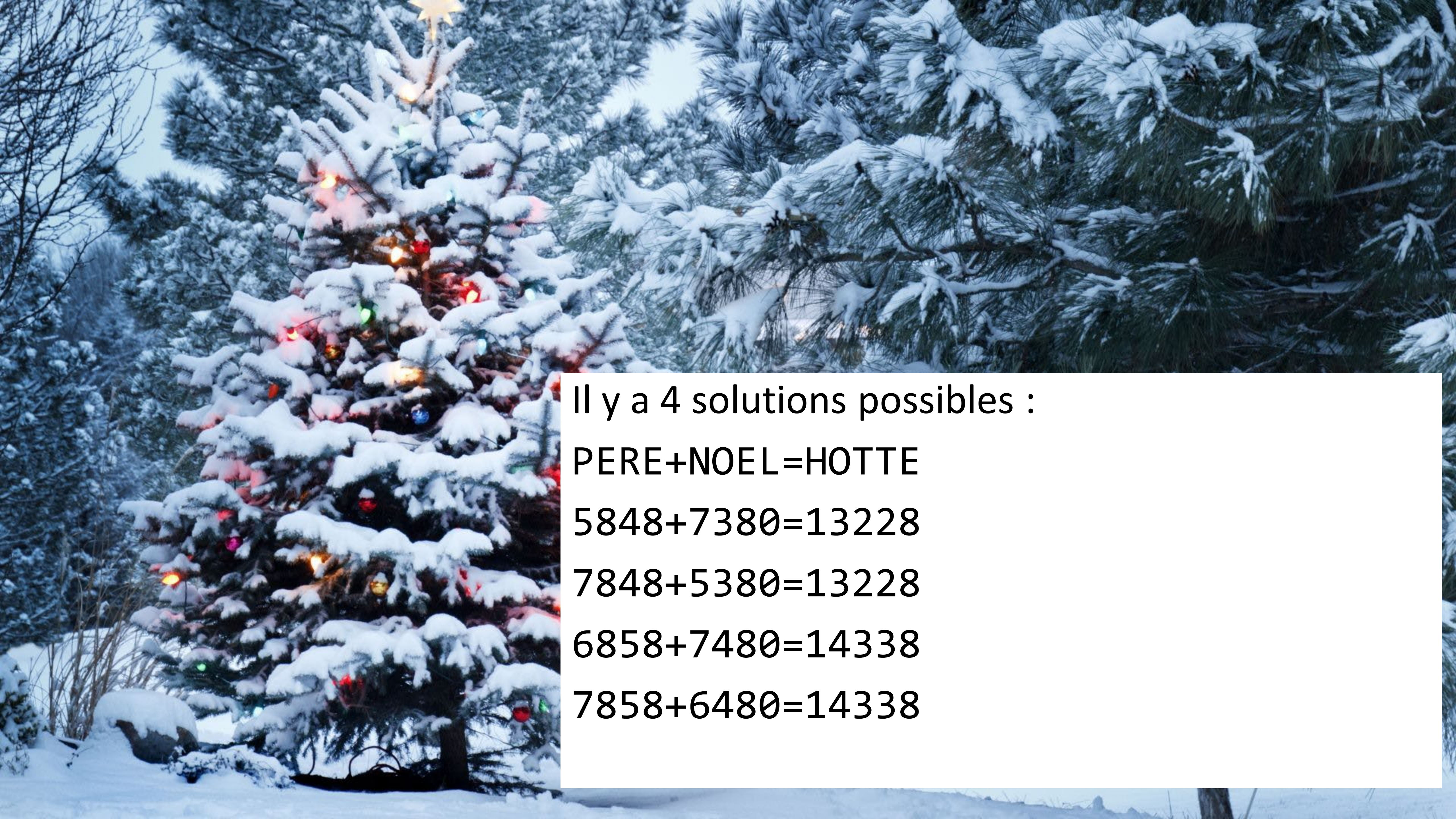
L'étiquette qui indique un mélange est mal placée (comme les deux autres étiquettes) : la boîte qu'elle désigne contient uniquement des bonbons à la menthe ou bien uniquement des bonbons à la cerise.

Premier cas : on extrait un bonbon "menthe" de la boîte "menthe/cerise" : la boîte qui porte l'étiquette "menthe/cerise" ne contient donc que des bonbons menthe. Alors les deux autres étiquettes fausses imposent que la boîte d'étiquette "menthe" contienne le parfum "cerise" et inversement, la boîte d'étiquette "cerise" contienne le parfum "menthe".

Second cas : c'est le cas "inverse" du cas précédent, on conclut également.

Il suffit donc bien de prendre un bonbon dans la boîte "menthe/cerise" pour identifier les boîtes.





Il y a 4 solutions possibles :

PERE+NOEL=HOTTE

5848+7380=13228

7848+5380=13228

6858+7480=14338

7858+6480=14338

C'est l'hiver ! Vous sortez vos pulls (de Noël), vos chaussures et sacs et les posez sur les balances comme dans l'image ci-contre

Combien faut-il de pulls pour équilibrer la dernière balance ?

En ajoutant les 2 pesées connues on obtient

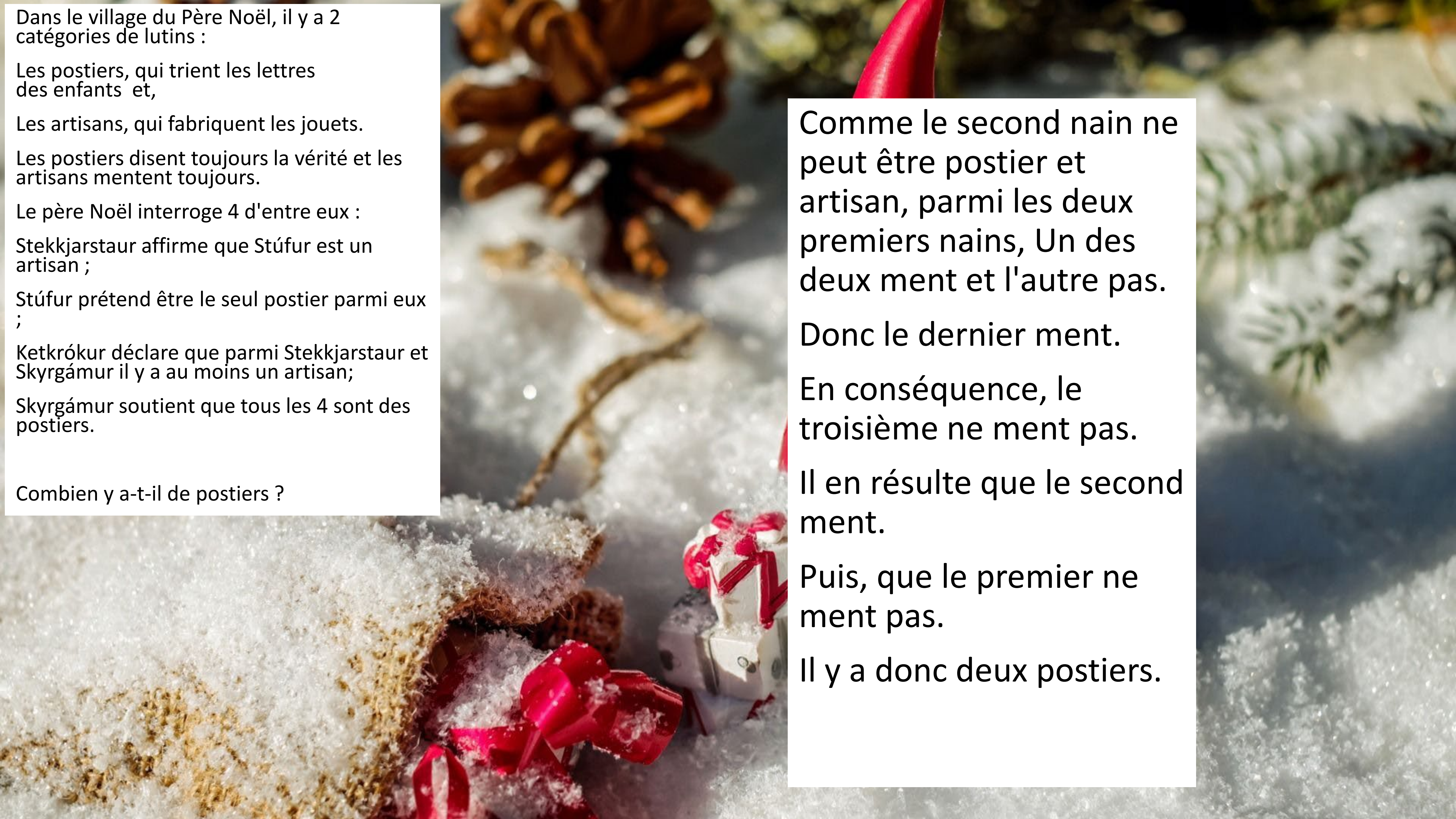
3 pulls + 2 chaussures + 1 sac = 1 sac + 4 chaussures, donc **2 chaussures = 3 pulls**

Donc la 1ere pesée peut être remplacée par   **4 pulls = 1 sac**

En utilisant les 2 résultats en gras :   3 sacs – 2 chaussures = 3*4 pulls – 3 pulls

Donc   3 sacs – 2 chaussures = 9 pulls

Ou encore   9 pulls + 2 chaussures = 3 sacs.



Dans le village du Père Noël, il y a 2 catégories de lutins :

Les postiers, qui trient les lettres des enfants et,

Les artisans, qui fabriquent les jouets.

Les postiers disent toujours la vérité et les artisans mentent toujours.

Le père Noël interroge 4 d'entre eux :

Stekkjarstaur affirme que Stúfur est un artisan ;

Stúfur prétend être le seul postier parmi eux ;

Ketkrókur déclare que parmi Stekkjarstaur et Skyrgámur il y a au moins un artisan;

Skyrgámur soutient que tous les 4 sont des postiers.

Combien y a-t-il de postiers ?

Comme le second nain ne peut être postier et artisan, parmi les deux premiers nains, Un des deux ment et l'autre pas.

Donc le dernier ment.

En conséquence, le troisième ne ment pas.

Il en résulte que le second ment.

Puis, que le premier ne ment pas.

Il y a donc deux postiers.

Il y a trois familles de carrés : Le grand, les moyens et les petits.

Chaque carré moyen à une aire égale quart de l'aire du grand carré.

Chaque petit carré à une aire égale au quart de l'aire d'un carré moyen.

L'aire grisée représente (½*¼+½*¼+¼) de l'aire du grand carré.

L'aire grisée représente la moitié de l'aire de la grande feuille.

Une grande feuille de papier cadeau carré est divisé en carrés plus petits comme le montre la figure ci-contre.

Deux carrés sont divisés par une diagonale.

Quelle fraction du papier cadeau est grisé ?

Des cadeaux de Noël sont numérotés de 1 à 17.

Permuter les de telle sorte que la somme de deux entiers consécutifs soit toujours un carré parfait.

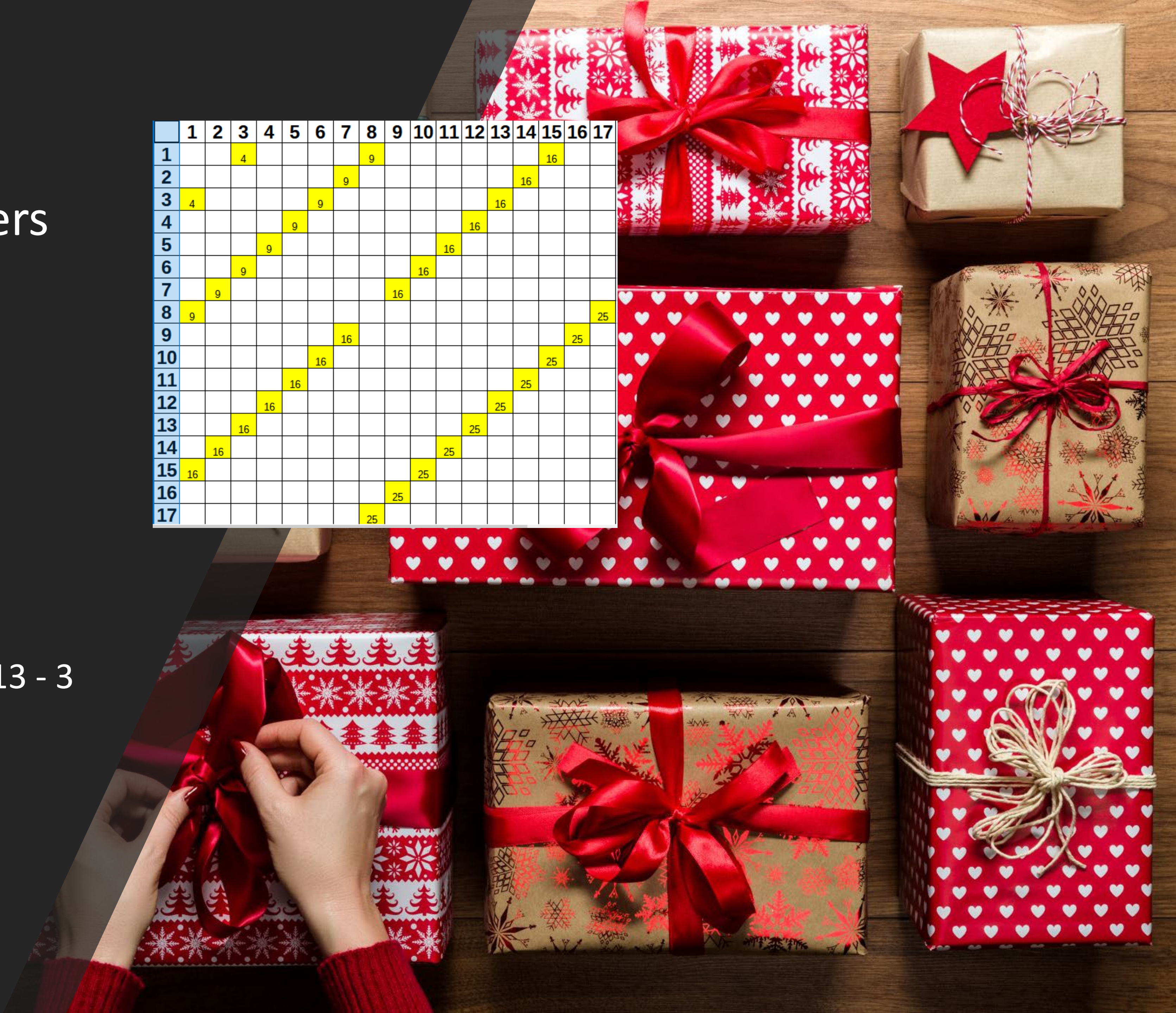
On recherche toutes les sommes
de deux entiers égales à un carré parfait

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1			4					9							16		
2							9							16			
3	4					9							16				
4					9							16					
5				9							16						
6			9							16							
7		9							16								
8	9																25
9							16									25	
10						16									25		
11					16									25			
12				16									25				
13			16									25					
14		16									25						
15	16									25							
16									25								
17								25									

Il n'y a que deux possibilités :

16 – 9 – 7 – 2 - 14 – 11 – 5 – 4 – 12 – 13 - 3 – 6 – 10 – 15 – 1 – 8 – 17

et sa symétrique



En respectant les priorités

$-3 \# 5 = -3 \times 5 - (-3 + 5) = -17$

$4 @ 2 = 2 \times 4 + (2 + 4) = 14$

$-17 @ 14 = -17 \times 14 + (-17 + 14) = -241$

$-241 \# (-4) = -241 \times (-4) - (-241 + (-4)) = 1209$

On assimile l'enroulement à une suite de cercle concentrique

La somme totale des périmètres des cercles est alors
2 x Pi < (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + … + 50)
2 x Pi x 50 x 51 /2 environ égal à 80 m

Un tapis d’un centimètre d’épaisseur est roulé de manière à former un cylindre d’un mètre de diamètre.

Quelle est une approximation de la longueur du tapis (à 10 mètres près)?

Elsa a une boîte contenant 60 chocolats. Elle en mange un dixième le lundi, un neuvième le mardi, un huitième du reste le mercredi, un septième du reste le jeudi et ainsi de suite jusqu'à ce qu'elle mange la moitié des chocolats restant du jour précédent.

Combien lui reste-t-il alors de chocolats ?

Le lundi elle en mange 1/10e, soit 6 chocolats, il lui en reste 54.
Le mardi elle en mange 1/9e, soit 6 chocolats, il lui en reste 48.
Le mercredi elle en mange 1/8e, soit 6 chocolats, il lui en reste 42.
Et chaque jour, elle mange ainsi 6 chocolats et il lui en reste successivement 36, 30, 24, 18 et 12 (le 8e jour après en avoir mangé un tiers). Le 9 e jour, après avoir mangé la moitié des 12 restants de la veille, il reste 6 chocolats à Elsa.

Pour 6 œufs, 6 poules mettent 6 jours donc 1 poule met 6 fois plus de temps
Donc 6 x 6.
Mais 30 poules vont 30 fois plus vite donc 6 x 6 / 30
Pour pondre 1 œufs, 30 poules mettent (6 x 6 / 30) / 6
Pour pondre 30 œufs, on a donc (6 x 6/30) /6 x 30 = 6
Donc 30 poules pondent 6 œufs en 30 jours

6 poules pondent 6 œufs en 6 jours.

Combien d'œufs pondent 30 poules en 30 jours ?

Les chiffres correspondant aux lettres N, O, E et L sont tous différents et non nuls.

On a

	L	**E**	**O**	**N**
X				4
	N	O	E	L

Quel est le nombre caché derrière NOEL ?

Comme 4x N = L, L ne peut être que 0, 2, 4, 6 ou 8 et comme 4 x L = N et N < 10 on a donc L = 2 et N = 8

Donc 4 x O + 3 = E et 4xE+ retenue = O < 10 et sans retenue donc E = 0, 1 ou 2

0 est impossible. E = 1 convient

Donc LEON = 2178 et NOEL = 8712

2002 = nombre de traineaux * nombre de hottes par traineau * nombre de colis par hotte * nombre de paquets par colis

D'autre part, la décomposition de 2002 donne : 2002 = 2 * 7 * 11 * 13. Il va donc falloir distribuer ces nombres dans les différentes « catégories », peut-être les multiplier entre eux …. Peut-être que l'un d'eux sera 1 …. Mais le produit doit rester 2002.

On sait aussi que nombre de hottes par traineaux * nombre de colis par hottes = 182

Et nombre de colis par hottes * nombre de paquets par colis = 286

Avec les nombres 182 et 286, faisons un tableau avec les différentes possibilités des colonnes 2 et 3 d'une part, et des colonnes 3 et 4 d'autre part

2002			
Nombre de traineaux	nombre de hottes par traineau	nombre de colis par hotte	nombre de paquets par colis
	182		
	1	182	
	2	91	
	7	26	
	13	14	
	14	13	
	26	7	
	91	2	
	182	1	
		286	
		1	286
		2	143
		11	26
		26	11
		143	2
		286	1

Le nombre de colis par hotte doit être le même avec les différents renseignements donnés. Il y a donc 3 possibilités orange, colonne 3, à examiner : 1, 2 ou 26. On remplit alors les colonnes 2 et 4 avec le tableau précédent, et on calcule le produit des 3 nombres pour voir ensuite combien de traineaux sont possibles.

Nombre de traineaux	nombre de hottes par traineau	nombre de colis par hotte	nombre de paquets par colis
Impossible car produit trop grand	182	1	286
Impossible car produit trop grand	91	2	143
Produit = 2002 donc 1 seul traineau	7	26	11

Il y a donc 1 seul traineau avec 7 hottes contenant chacune 26 colis, chaque colis contenant 11 paquets. (1*7*26*11=2002) !!!