Livret de révisions

Mathématiques

Entrée en seconde 2024

Ce livret couvre diverses notions rencontrées au collège indispensables pour bien réussir au lycée.
Il doit vous permettre d'aborder au mieux le début de l'année.

Une évaluation des connaissances basées sur les exercices du livret aura lieu dans les premières semaines de septembre afin de bien préparer les séances d'accompagnement personnalisé

Lycée François Truffaut

Livret de la 3e à la 2nde

Séquence 1

Organisation d'un calcul

→ Priorité aux parenthèses
→ Priorité à la multiplication et à la division
→ Calcul de gauche à droite en l'absence de parenthèses.

On présente un calcul :
→ en colonne
→ en allant à la ligne à chaque signe =
→ en respectant l'ordre des nombres dans les soustractions et les divisions

$A = 60 - 5\times(2 + 3\times3 - 5) + 4\times2$
$A = 60 - 5\times(2 + 9 - 5) + 8$
$A = 60 - 5\times(11 - 5) + 8$
$A = 60 - 5\times6 + 8$
$A = 60 - 30 + 8$
$A = 30 + 8$
$A = 38$

$B = (30-10)\times(1{,}5+7{,}4)$
$B = 20\times8{,}9$
$B = 178$

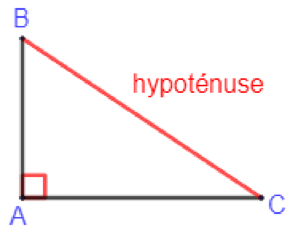
$C = 3-(2-(0{,}5-2{,}1)\times3)$
$C = 3-(2-(-1{,}6))\times3$
$C = 3-3{,}6\times3$
$C = 3-10{,}8$
$C = -7{,}8$

À toi de jouer

Calculer et simplifier si nécessaire. Détailler les étapes.

$A = \dfrac{8 + 3\times4}{1 + 2\times1{,}5}$ $\quad B = 2\times(5\times0{,}1+1{,}6)-4$ $\quad C = 2(10{,}2-2{,}9)\div2+5\times(0{,}4\div8)$

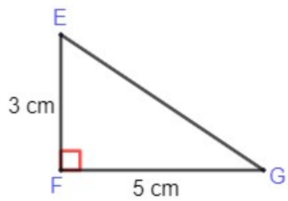
Théorème de Pythagore



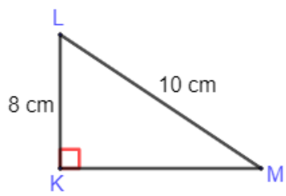
Théorème : Si un triangle ABC est rectangle en A, alors $BC^2 = BA^2 + AC^2$.

Méthode : Pour calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle, il faut :
- faire une figure à main levée
- coder la figure (angle droit et longueurs connues)
- écrire l'égalité de Pythagore en commençant par le carré de la longueur de l'hypoténuse
- remplacer les longueurs par les valeurs
- effectuer le calcul

Remarque : Pour calculer la longueur de l'hypoténuse, on effectue une addition.
Pour calculer la longueur d'un côté de l'angle droit, on effectue une soustraction.



EFG est rectangle en F avec EF = 3 cm et FG = 5 cm. Calculer la longueur EG.
D'après le théorème de Pythagore, on a $EG^2 = EF^2 + FG^2$.
$EG^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$ donc $EG = \sqrt{34}$ ou $EG = -\sqrt{34}$ or $EG \geq 0$
donc $EG = \sqrt{34}$ donc le segment [EG] mesure $\sqrt{34}$ cm.



KLM est rectangle en K avec KL = 8 cm et ML = 10 cm. Calculer la longueur MK.
D'après le théorème de Pythagore, on a $KM^2 = ML^2 - KL^2$.
$KM^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$ donc $KM = 6$ ou $KM = -6$ or $KM \geq 0$
donc KM = 6 donc le segment [KM] mesure 6 cm.

À toi de jouer

MTJ est rectangle en T avec MT = 6 cm et MJ = 11 cm. Calculer TJ.
GON est rectangle en O avec GO = 7 cm et ON = 5 cm. Calculer GN.

Séquence 2

Nombres relatifs

Addition

→ Si le signe des nombres est identique :
- → on garde le signe
- → on AJOUTE les distances à zéro

B = 3 + 4	C = -8 + (-2)
B = 7	C = -10

→ Si les signes des nombres sont différents :
- → on prend le signe de la plus grande distance à zéro
- → on SOUSTRAIT les distances à zéro

D = -5 + 2	E = -4 + 6
D = -3	E = 2

Soustraction

→ On transforme la soustraction en addition
→ On prend l'opposé du 2ème terme en changeant son signe :

F = 5 - (-8)	G = -3 - (-7)	H = -10 - (-2)
F = 5 + 8	G = -3 + 7	H = -10 + 2
F = 13	G = 4	H = -8

Multiplication

→ On compte le nombre de facteurs négatifs
- → Si ce nombre est pair (2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; …), le résultat est positif (> 0).
- → Si ce nombre est impair (1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; …), le résultat est négatif (< 0).

→ On MULTIPLIE les distances à zéro :

$I = -5\times(-3)\times 2$	$J = -5\times(-3)\times(-2)$
I = 30	J = -30

Division

→ Si le dividende et le diviseur ont le même signe, le résultat est positif (> 0).
→ Si le dividende et le diviseur n'ont pas le même signe,le résultat est négatif (< 0).
→ On DIVISE les distances à zéro :

$K = 10\div 2$	$L = -10\div(-2)$	$M = -10\div 2$	$N = 10\div(-2)$
K = 5	L = 5	M = -5	N = -5

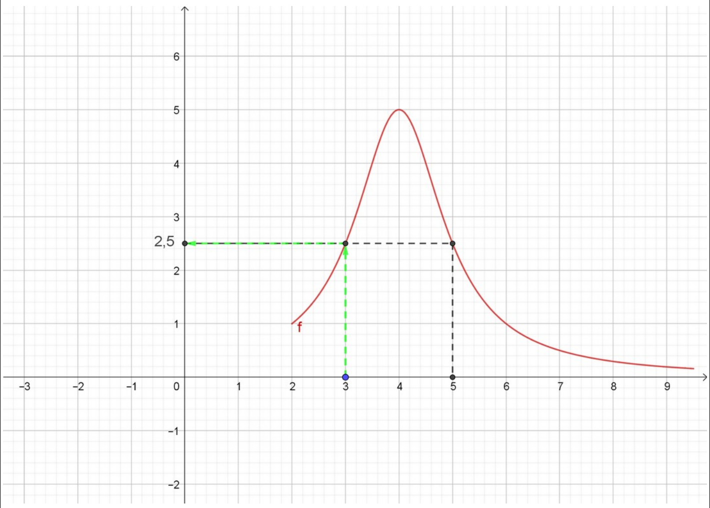
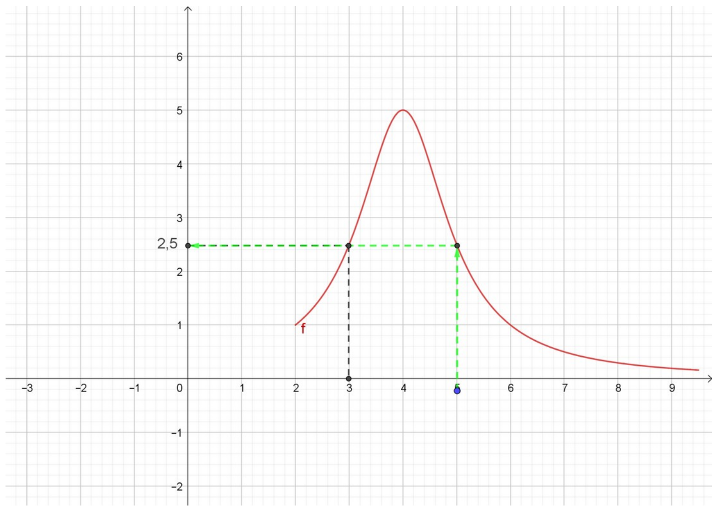
À toi de jouer

Calculer. Détailler les étapes.

$A = -47+53$	$B = 6\times(-10)+5$	$C = -400\div(-25)$	$D = -1-(-1-4)$
$E = -2\div(-4)\times(-3)$	$F = -0{,}2+0{,}16$	$G = 6\times(-0{,}1)-6\times 0{,}9$	$H = -400\div(-0{,}1)$

Notion de fonction

Lecture graphique :

On dit que 2,5 est l’image de 3 par la fonction f . On écrit $f(3)=2,5$. On dit aussi que 3 est un antécédent de 2,5 par f .	2,5 est aussi l’image de 5 par f . On écrit $f(5)=2,5$. On dit aussi que 5 est un antécédent de 2,5 par f .
	

Calcul : dans l’expression de la fonction, on remplace x par le nombre dont on veut déterminer l’image.

La fonction g est définie pour tout nombre x par $g(x)=\frac{x+1}{2}$.

Calculer l’image de 2 par la fonction g . $g(2)=\frac{2+1}{2}=\frac{3}{2}=1,5$

À toi de jouer

Exercice 1 :
1) En utilisant le graphique ci dessus, déterminer :

l’image de 4 par f	l’image de 6 par f	l’image de 7 par f
$f(9)$	$f(2)$	$f(4,5)$

2) En utilisant le graphique ci dessus, déterminer :

a) le(s) antécédent(s) de 5 par f	b) le(s) antécédent(s) de 3,5 par f
c) le(s) antécédent(s) de 1 par f	d) le(s) antécédent(s) de (-1) par f .

Exercice 2 :

1) Calculer l’image de 5 pour la fonction h définie pour tout nombre x par $h(x)=0,2x-1$.
2) Calculer $i(-6)$ pour la fonction i définie pour tout nombre x par $i(x)=\frac{1}{3}(2x+5)$.
3) Calculer $P(-3)$ pour la fonction P définie pour tout nombre x par $P(x)=\frac{2x}{x+1}$.
   Existe-t-il un ou des nombres n’ayant pas d’image par P ?
4) Montrer que (-5) n’est pas un antécédent de 10 par la fonction R définie pour tout nombre x par $R(x)=2x-1$.

Séquence 3

Nombres rationnels

Simplification

→ On cherche les tables de multiplication communes du numérateur et du dénominateur et on « barre » les nombres égaux :

$$P = \frac{63}{35} = \frac{9 \times 7}{5 \times 7} = \frac{9}{5}$$

Addition et soustraction

→ On transforme les nombres pour trouver le MÊME dénominateur.
→ On ajoute ou on soustrait les numérateurs.
→ On SIMPLIFIE le résultat si c'est possible :

$$Q = \frac{4}{5} + \frac{2}{7}$$
$$Q = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} + \frac{2 \times 5}{7 \times 5}$$
$$Q = \frac{28 + 10}{35}$$
$$Q = \frac{38}{35}$$

$$R = \frac{5}{3} - \left(-\frac{7}{2}\right)$$
$$R = \frac{5 \times 2}{3 \times 2} - \left(-\frac{7 \times 3}{2 \times 3}\right)$$
$$R = \frac{10 - (-21)}{6}$$
$$R = \frac{10 + 21}{6}$$
$$R = \frac{31}{6}$$

Multiplication

→ On compte le nombre de facteurs négatifs
  → Si ce nombre est pair (2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; …), le résultat est positif (> 0).
  → Si ce nombre est impair (1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; …), le résultat est négatif (< 0).

→ On SIMPLIFIE si c'est possible.
→ On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$S = \frac{-5}{2} \times \frac{-8}{-15}$$
$$S = -\frac{5 \times 4 \times 2}{2 \times 5 \times 3}$$
$$S = -\frac{4}{3}$$

$$T = \frac{-45}{16} \times \frac{24}{-63}$$
$$T = +\frac{9 \times 5 \times 8 \times 3}{8 \times 2 \times 9 \times 7}$$
$$T = \frac{15}{14}$$

Division

→ Si le dividende et le diviseur ont le même signe, le résultat est positif (> 0).
→ Si le dividende et le diviseur n'ont pas le même signe,le résultat est négatif (< 0).
→ On transforme la division en multiplication
→ On inverse en échangeant la position du numérateur et du dénominateur dans le 2ème facteur :

$$U = \frac{-5}{4} \div \frac{15}{7} \qquad V = \frac{9}{-2} \div \frac{18}{-5}$$

$$U = -\frac{5}{4} \times \frac{7}{15} \qquad V = +\frac{9}{2} \times \frac{5}{18}$$

$$U = -\frac{5 \times 7}{4 \times 5 \times 3} \qquad V = \frac{9 \times 5}{2 \times 9 \times 2}$$

$$U = -\frac{7}{12} \qquad V = \frac{5}{4}$$

À toi de jouer

Calculer et simplifier si nécessaire. Détailler les étapes.

$B = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$ $\quad C = (2 - \frac{5}{8}) \div (-\frac{3}{4})$ $\quad D = \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{4}$

$E = -\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \div \frac{2}{9}$ $\quad F = (\frac{1}{4} + \frac{2}{7}) \div (-\frac{5}{21})$ $\quad G = (\frac{3}{5} - \frac{3}{2}) \times \frac{14}{27}$

$H = \frac{4}{5} \div (\frac{3}{4} - 1)$ $\quad I = (\frac{1}{8} - \frac{7}{12}) \div (\frac{7}{6} + \frac{7}{16})$

Conséquences du théorème de Pythagore

A, B et C sont trois points distincts deux à deux.

<u>Réciproque du théorème de Pythagore</u> : Si $BC^2 = BA^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

<u>Contraposée du théorème de Pythagore</u> : Si $BC^2 \neq BA^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

<u>Méthode</u> : Pour connaître la nature d'un triangle (rectangle ou non rectangle), il faut :
- repérer la plus grande longueur et calculer son carré
- calculer la somme des carrés des deux autres longueurs
  → si les deux calculs sont égaux, le triangle est rectangle
  → sinon le triangle n'est pas rectangle

Montrer que le triangle BIN est rectangle avec NB = 15 cm ; BI = 8 cm et IN = 17 cm.
Dans le triangle BIN, on a $IN^2 = 17^2 = 289$ et $IB^2 + BN^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$
On a $IN^2 = IB^2 + BN^2$ donc BIN est rectangle en B, d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

Montrer que le triangle GUV n'est pas rectangle avec GU = 6 cm ; GV = 9 cm et UV = 4 cm.
Dans le triangle GUV, on a $GV^2 = 9^2 = 81$ et $GU^2 + UV^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$
On a $GV^2 \neq GU^2 + UV^2$ donc GUV n'est pas rectangle, d'après la contraposée du théorème de Pythagore.

À toi de jouer

Montrer que le triangle EFG est rectangle avec EF = 6 cm ; FG = 6,3 cm et GE = 8,7 cm.
Le triangle RST vérifiant TR = 10 cm ; RS = 7 cm et ST = 5 cm est-il rectangle ? Justifier.

Séquence 4

Développement : transformer un produit en somme

Simple distributivité

Propriétés : k ; a et b sont trois nombres.

$$\mathbf{k}\times(a+b)=\mathbf{k}\times a+\mathbf{k}\times b$$
et
$$\mathbf{k}\times(a-b)=\mathbf{k}\times a-\mathbf{k}\times b$$

Définitions :

- Transformer un produit en une somme consiste à distribuer la facteur commun k
- On a développé le produit.

Méthode : Pour développer une expression, il faut :
→ distribuer le facteur commun sur les parenthèses en respectant les signes situés dans les parenthèses.
→ simplifier l'écriture de l'expression :
  → on calcule les produits $(\times)$.
    → on supprime le signe $\times$ entre un nombre et une lettre.
    → on pense aux puissances.

Exemples : Développer les expressions.

$A=\mathbf{4}(5+x)$
$A=\mathbf{4}\times 5+\mathbf{4}\times x$
$A=20+4x$

$B=\mathbf{3}(2-y)$
$B=\mathbf{3}\times 2-\mathbf{3}\times y$
$B=6-3y$

$C=\mathbf{3x}(7-x+8x^2)$
$C=\mathbf{3x}\times 7-\mathbf{3x}\times x+\mathbf{3x}\times 8x^2$
$C=21x-3x^2+24x^3$

Suppression des parenthèses

Méthodes :
- Lorsqu'il y a un signe « + » devant un couple de parenthèses, on peut supprimer les parenthèses, **sans changer les signes** des termes situés à l'intérieur des parenthèses.
- Lorsqu'il y a un signe « – » devant un couple de parenthèses, on peut supprimer les parenthèses, **en changeant les signes** des termes situés à l'intérieur des parenthèses.

Exemples : Supprimer les parenthèses dans les expressions.

$D=3+(-x+y)$
$D=3-x+y$

$E=x+(-3y+a)$
$E=x-3y+a$

$F=7{,}5-(-y+x)$
$F=7{,}5+y-x$

$G=3-(a+b-c)$
$G=3-a-b+c$

Double distributivité

Propriété : a ; b ; c et d sont quatre nombres.

$$(\mathbf{a}+\mathbf{b})(c+d)=\mathbf{a}\times c+\mathbf{a}\times d+\mathbf{b}\times c+\mathbf{b}\times d$$

Exemples : Développer les expressions.

$H=(x+2)(y+5)$
$H=x\times y+x\times 5+2\times y+2\times 5$
$H=xy+5x+2y+10$

$I=(a-1)(b+4)$
$I=a\times b+a\times 4+(-1)\times b+(-1)\times 4$
$I=ab+4a-b-4$

$J=(x-7)(3-y)$
$J=3\times x-x\times y+(-7)\times 3-(-7)\times y$
$J=3x-xy-21+7y$

Identité remarquable

Propriété : a et b sont deux nombres. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Exemple : Développer l'expression.

$K=(6x+8)(6x-8)$
$K=(6x)^2-8^2$
$K=36x^2-64$

À toi de jouer

Exercice 1 : Développer chaque expression :

$A=8(x-3)$	$B=4(2x+5)$	$C=5(2x+4)$	$D=3x(x-2)$
$E=3(2-x)$	$F=2(3x-4)$	$G=4(5x-1)$	$H=x(2+4x)$
$I=5(1-x)$	$J=5(3x+7)$	$K=2x(x-3)$	$L=7(3x-5)$
$M=-5x^2(x+4)$	$N=-3(x-2)$	$P=-4(5x-1)$	$Q=2(3x-4)$
$R=5(1-2x)$	$S=-x^3(2-4x)$	$T=-2x(x-3)$	$U=7x(3x-5)$
$V=3x^2(5x-1)$			

Exercice 2 : Supprimer les parenthèses dans les expressions :

$A=5(x+7)-(3+y-7a)$	$B=-2(4+a-b)+(9-3x)$	$C=(4+3x)-4(a-b+5)$

Exercice 3 : Développer chaque expression :

$A=(a+3)(2b+7)$	$B=(2x+7)(3y-12)$	$C=(3n-7)(2p-1)$	$D=(4n+7)(p+4)$
$E=(5y-2)(6x+3)$	$F=(6a-5)(2b-9)$	$G=(3+2n)(p-4)$	$H=(2a+1)(7b-5)$
$I=(4x-3)(6y-1)$			

Exercice 4 (Difficile) : Développer chaque expression :

$J=(5x-1)(2y+4)-(7a-8)+4(b+5)$	$K=3(a-4b)+(7y-1)(2x-3)-(3n+p)$
$L=-(4a+7)-9(2x-3)+(5b+6)(8p-1)$	

Exercice 5 : Développer chaque expression en utilisant l'identité remarquable :

$A=(3x-13)(3x+13)$	$B=(6x+11)(6x-11)$
$C=(x-14)(x+14)$	

Séquence 5

Fonction affine

<u>Définitions</u> : m et p sont deux nombres.
La fonction f définie par $f(x)=mx+p$ est une fonction affine.
Elle est représentée par une droite sécante avec l'axe des ordonnées.
Le nombre m est le coefficient directeur de la droite.
Le nombre p est l'image de 0 par la fonction f : c'est l'ordonnée à l'origine de la droite.

<u>Méthode</u> : Pour montrer qu'une fonction est affine, il suffit d'identifier m et p .

<u>Exemple</u> : Déterminer les nombres m et p des fonctions affines.

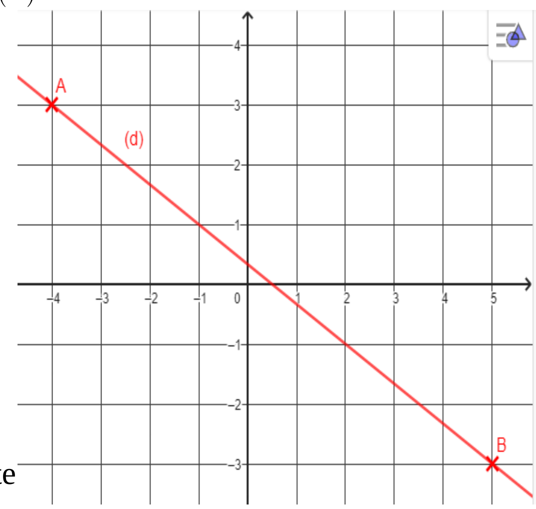
$f(x) = 2x-3$ m = 2 et p = -3

$g(x) = \frac{x}{6}+1$ m = $\frac{1}{6}$ et p =1

<u>Propriété</u> : f est la fonction affine définie par $f(x)=mx+p$. u et v sont deux nombres distincts.
Le coefficient directeur de sa droite représentative est donné par la formule $m = \frac{f(v)-f(u)}{v-u}$.

<u>Exemple 1</u> : f est la fonction affine telle que $f(3)=6$ et $f(5)=12$.
Calculer le coefficient directeur de sa droite représentative.

$$m = \frac{f(5)-f(3)}{5-3} = \frac{12-6}{2} = \frac{6}{2} = 3$$



<u>Exemple 2</u> : La droite (d) représente une fonction affine f .
Calculer le coefficient directeur de la droite (d) .

A(-4 ; 3) ∈ (d) donc f(-4) = 3.
B(5 ; -3) ∈ (d) donc f(5) = -3.

$$m = \frac{f(-4)-f(5)}{-4-5} = \frac{3-(-3)}{-4-5} = \frac{6}{-9} = -\frac{2\times3}{3\times3} = -\frac{2}{3}$$

<u>Remarque</u> : Graphiquement, pour « aller » du point A au point B,
on descend de 6 carreaux et on se décale de 9 carreaux vers la droite
donc $m = -\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$

À toi de jouer

Exercice 1 : Déterminer les nombres m et p des fonctions affines.

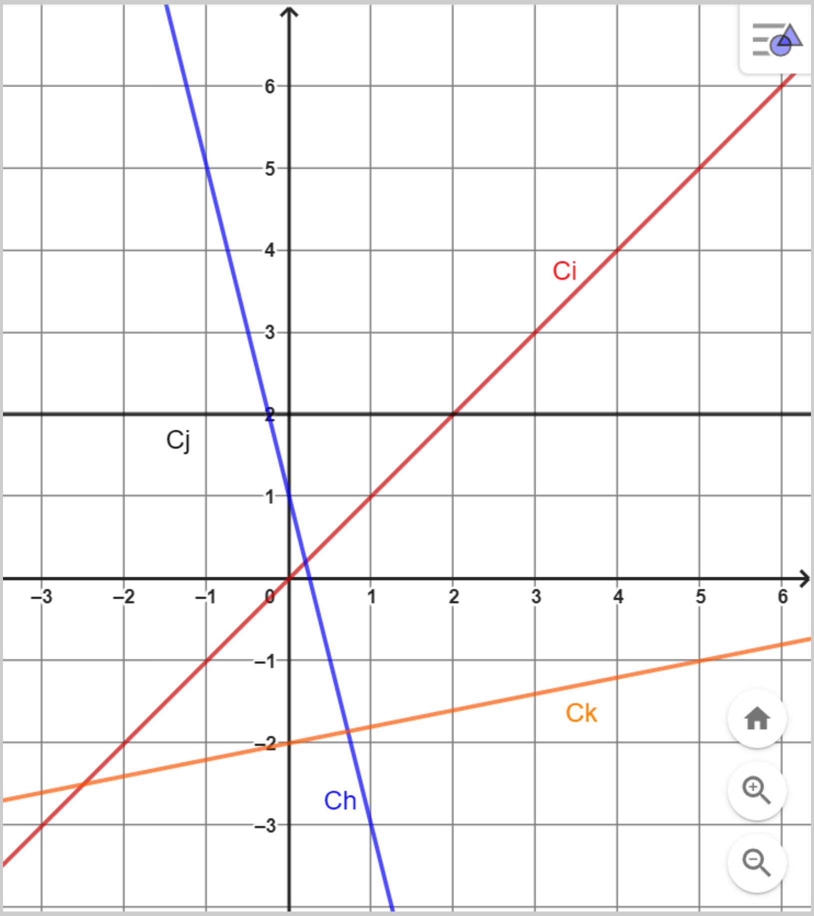
$h(x) = x$ $\qquad$ $i(x) = 6$ $\qquad$ $j(x) = 2 - x$

Exercice 2 :

1) Déterminer les coefficients directeurs des droites représentant les fonctions h , i , j et k représentées sur le graphique ci-contre.

2) Déterminer $h(-1)$; $i(2)$; $j(1)$ et $k(0)$.

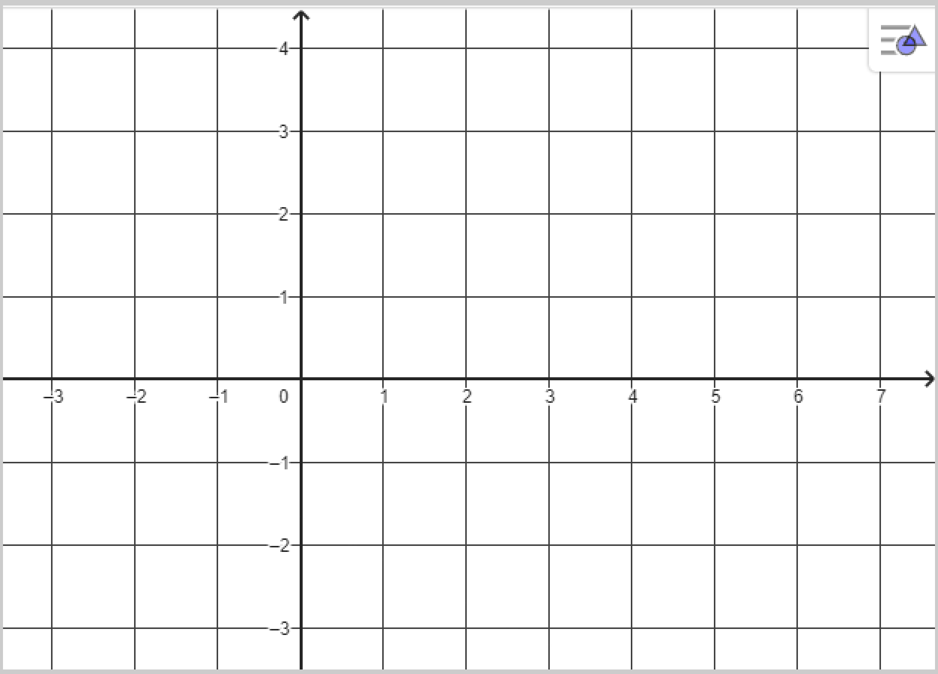
3) Déterminer les antécédents de :
   a) (-3) par h
   b) (-2) par i
   c) (-1) par k



Exercice 3 : f est la fonction définie par $f(x) = -5x+4$.

Préciser si les points A(2 ; -6) et B$\left(\frac{4}{7} ; -\frac{5}{7}\right)$ appartiennent à sa représentation graphique.

Exercice 4 : Construire la courbe (d) de la fonction f définie par $f(x) = -\frac{4}{5}x+2$.



Séquence 6

Factorisation : transformer une somme en produit

Règle de distributivité

Propriétés : k ; a et b sont trois nombres.

$$\mathbf{k}\times a + \mathbf{k}\times b = \mathbf{k}(a + b)$$

et

$$\mathbf{k}\times a - \mathbf{k}\times b = \mathbf{k}(a - b)$$

Définitions :
- Transforme une somme en un produit consiste à un regroupement du facteur commun k
- On a effectué la factorisation de la somme.

Méthode : Pour factoriser une expression, il faut :
→ faire apparaître le facteur commun (nombre / lettre / expression littérale)
→ le souligner dans chaque terme
→ l'écrire une fois
→ ouvrir une parenthèse ou un crochet
→ écrire tout ce que l'on n'a pas souligné
→ fermer la parenthèse ou le crochet
→ supprimer les parenthèses dans le 2nd facteur en respectant les règles de suppression des parenthèses

Exemples : Factoriser les expressions.

$A = a^2 + 3a$
$A = a\times\underline{a} + 3\times\underline{a}$
$A = \mathbf{a}\times(a + 3)$

$B = 16 + 32b$
$B = \underline{16}\times 1 + \underline{16}\times 2b$
$B = \mathbf{16}\times(1 + 2b)$

$C = 9x - 3xy$
$C = 3\times\underline{3x} - \underline{3x}\times y$
$C = \mathbf{3x}\times(3 - y)$

$D = \underline{(x-1)}(4y+3) + (2x+7)\underline{(x-1)}$
$D = \underline{(x-1)}[(4y+3) + (2x+7)]$
$D = (x-1)(4y+3+2x+7)$
$D = (x-1)(4y+2x+10)$

$E = (x-2)\underline{(y+3)} - \underline{(y+3)}(5y-6)$
$E = \underline{(y+3)}[(x-2) - (5y-6)]$
$E = (y+3)(x-2-5y+6)$
$E = (y+3)(x-5y+4)$

Réduction

Définition : Réduire une expression littérale signifie l'écrire avec le moins de termes possible.

Exemples : Réduire les expressions.

$F = 6x + 2x$
$F = 8x$

$G = x - 5 - 4x$
$G = -3x - 5$

$H = 3x^2 - 2x - x^2 + 5x$
$H = 2x^2 + 3x$

$I = 3x^2 - 2x + 9 + 6x^2 - 5x + 4 - x^2$
$I = 8x^2 - 7x + 13$

$J = 4x^2 + 5 - (7x^2 - 8x + 2)$
$J = 4x^2 + 5 - 7x^2 + 8x - 2$
$J = -3x^2 + 8x + 3$

Identité remarquable

<u>Propriété</u> : a et b sont deux nombres.

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

<u>Exemples</u> : Factoriser les expressions.

$K = 64 - 9a^2$
$K = 8^2 - (3a)^2$
$K = (8+3a)(8-3a)$

$L = (3x+1)^2 - (7x-2)^2$
$L = [(3x+1)+(7x-2)][(3x+1)-(7x-2)]$
$L = (3x+1+7x-2)(3x+1-7x+2)$
$L = (10x-1)(-4x+3)$

À toi de jouer

<u>Exercice 1</u> : Factoriser chaque expression :

$A=48+8x$	$B=2-2t$	$C=9n^2-6n$	$D=63y-35$
$E=6x^2-5x$	$F=8t^2+6t+2$	$G=15a+20$	$H=49y^2+14y$
$I=25-5x$	$J=(3x+1)(5x-2)+4(3x+1)$		
$K=(2x-9)(x-2)-(x-2)(8-7x)$		$L=(x-8)(2x+7)+(x-5)(x-8)$	
$M=(2x-5)(3x+2)-5(3x+2)$		$N=(7x+1)(3x-2)+5(7x+1)$	
$P=(5x-9)(x-3)-(5x-9)(7-8x)$			

<u>Exercice 2</u> : Réduire les expressions :

$A=2x-3+8-4x+x^2$	$B=5(x-1)+2x(1-x)+4$
$C=3x+9-7x+2x^2+8+4x$	$D=4(5x+2)-17x+3x(2x-1)+5x^2-4$
$E=5x^2-7x+5-3x^2+4x-9$	$F=2x(7-x)+3+7(5+3x)-5x^2$

<u>Exercice 3</u> : Développer et réduire chaque expression :

$A=3(x+2)-x+1$	$B=(7x-3)(6x+1)$	$C=(2x+3)(5-2x)$	$D=(-10-3a)(2a-9)$
$E=-7(-x+3)+3(x+2)-2(x-1)$		$F=-4(-3x-1)-(4x+7)$	

<u>Exercice 4</u> : Développer et réduire chaque expression :

$A=(3x+1)(5x-2)+4(3x+1)$	$B=(2x-9)(x-2)-(x-2)(8-7x)$	$C=(x-8)(2x+7)+(x-5)(x-8)$
$D=(2x-5)(3x+2)-5(3x+2)$	$E=(7x+1)(3x-2)+5(7x+1)$	$F=(5x-9)(x-3)-(5x-9)(7-8x)$

<u>Exercice 5</u> (difficile): Factoriser chaque expression avec l'identité remarquable :

$A=25-36x^2$ $B=64-81x^2$ $C=1-25x^2$

<u>Exercice 6</u> (difficile): Factoriser chaque expression avec l'identité remarquable :

$A=(x+1)^2-(x+4)^2$ $B=(3x-7)^2-1$ $C=9x^2-25+(3x-5)(2x+13)$

$D=(2x+7)^2-(3x+5)^2$

Séquence 7

Équations du premier degré

Résoudre $7(x-3)=4(x+2)$

→ On développe et on réduit chaque membre de l'équation.

$7\times x-7\times 3=4\times x+4\times 2$

$7x-21=4x+8$

→ On regroupe les termes en x dans le membre de gauche :

→ On élimine le terme en x dans le membre de droite avec une addition ou une soustraction et on réduit chaque membre de l'équation.

$7x-21-4x=4x+8-4x$

$3x-21=8$

→ On isole le terme en x dans le membre de gauche :

→ On élimine le terme constant dans le membre de gauche avec une addition ou une soustraction et on réduit chaque membre de l'équation.

$3x-21+21=8+21$

$3x=29$

→ On aboutit à l'égalité $x=$

→ On élimine le coefficient devant x dans le membre de gauche avec une multiplication ou une division et on réduit chaque membre de l'équation.

$3x\div 3=29\div 3$

$x=\frac{29}{3}$

→ On conclut : La solution est $\frac{29}{3}$

À toi de jouer

Exercice 1 : Résoudre les équations

1) $3x=7$	2) $3+x=2$	3) $5+2x=41$	4) $8x-5=5x-16$	5) $4(x+3)=5(2x-8)$

Exercice 2 : À l'aide d'un tableur, on obtient le tableau suivant :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x)	22	17	12	7	2	-3	-8
3								

1) Déterminer l'image de (-1) par la fonction f.
2) Déterminer un antécédent de (-3) par la fonction f.
3) Dans la cellule B2, on a saisi la formule =-5*B1 + 7. Déterminer l'expression de la fonction f.
4) Calculer $f(6)$.
5) Déterminer l'antécédent de 0 par la fonction f.

Exercice 3 : g est une fonction affine avec m = -2 et $g(1)=5$. Déterminer l'expression de g.

Exemple 4 : h est une fonction affine avec p = -2 et $h(5)=4$. Déterminer l'expression de h.

Exercice 5 : Déterminer l'expression de la fonction affine f telle que $f(3)=6$ et $f(5)=12$.

Séquence 8

Équations produit nul

Résoudre $(5x+1)(10x-3)=0$

→ On résout séparément les deux équations du 1er degré :

$5x+1=0$	**ou**	$10x-3=0$
$5x+1-1=0-1$	**ou**	$10x-3+3=0+3$
$5x=-1$	**ou**	$10x=3$
$5x\div 5=-1\div 5$	**ou**	$10x\div 10=3\div 10$
$x=-\frac{1}{5}$	**ou**	$x=\frac{3}{10}$

→ On conclut : Les solutions sont $-\frac{1}{5}$ *et* $\frac{3}{10}$

À toi de jouer

Exercice 1 : Résoudre les équations :

a) $(5x+4)(3x-1)=0$

b) $(7x+5)(8x-3)=0$

c) $(9x+4)(7x-5)=0$

d) $(9x-5)(8x-7)=0$

Exercice 2 (très difficile) : Factoriser le membre de gauche puis résoudre les équations produit nul

a) $5(3x+1)+(3x+1)(2x-5)=0$

b) $(7x+2)(3x-5)-3(7x+2)=0$

c) $(x-5)(2x+3)+(5x-1)(x-5)=0$

d) $(9x+1)(5x-8)-(x+2)(9x+1)=0$

e) $(x+9)^2+(5x-7)(x+9)=0$

f) $(8x-1)^2-(8x-1)(5x+6)=0$

g) $25x^2-9+(2x-7)(5x+3)=0$

Séquence 9

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si on peut calculer la mesure de l'une en multipliant la mesure de l'autre par un même nombre. Ce nombre s'appelle le coefficient de **proportionnalité.**

.

Plusieurs techniques sont possibles pour compléter un tableau de proportionnalité :

.

Avec le coefficient de linéarité

$\times 2$

Grandeur 1	2	4	10	...
Grandeur 2	5	10	25	...

$\times 5$

Avec la 4ème proportionnelle

Grandeur 1	3	7
Grandeur 2	5	?

$7 \times 5 \div 3 \quad = \dfrac{35}{3}$

Remarque : Il est toujours indispensable d'identifier les deux grandeurs !

À toi de jouer

<u>Exercice 1 :</u> On achète 12 assiettes pour 3,12€. Combien d'assiettes peut-on acheter pour 7,54 € ?

<u>Exercice 2 :</u> Pour fabriquer 95 m de tissu de 1,20 m de large, il faut 103,7 kg de laine. Quelle masse de laine faut-il pour fabriquer 43 m de tissu de 1,4 m de large ?

Séquence 10

Calculer un pourcentage

Exemple résolu : Calculer 15 % de 200€

15 % de 200 € = $\frac{15}{100}$ × 200 €

= 15 × 200 € ÷ 100

= 15 × 2 € = 30 €

À toi de jouer

Exercice 1 : Calculer

a. 10 % de 40 $	b) 30 % de 180€	c) 70 % de 210£
d) 11 % de 20€	e) 36 % de 450$	f) 12 % de 2950 roupies
g) 17,5 % de 4000 pesos	h) 6,8 % de 40£	i) 10,9 % de 50000 ¥

Exercice 2 : Une mairie collecte 4500 tonnes de déchets tous les ans. 27 % de la collecte est recyclé. Quelle masse cela représente-t-il ?

Déterminer un pourcentage

Exemples résolus : *Comment exprimer une quantité comme un pourcentage d'une autre quantité ?*

1) 6 mois sur 4 ans : $\frac{6\,\boldsymbol{mois}}{4\times 12\,\boldsymbol{mois}}=\frac{6\,mois}{36\,mois}=\frac{1}{6}\simeq 16\,\%$

2) Sur les 1250 voitures vendues l'an dernier, 250 sont des Ford. Quel pourcentage les Ford représentent-elles ?

$$\frac{250\,voitures}{1250\,voitures}=0{,}2=20\,\%$$

À toi de jouer

Exercice 3 : Exprimer la 1er quantité comme un pourcentage de la 2nde

a) 10 km sur 50 km	b) 60 cents sur 2 €	c) 2L sur 400 mL
d) 24 min sur 2 heures	e) 0,5 m sur 25 cm	f) 3 m sur 4 m
g) 332 livres vendues sur 500 imprimés	h) 64 points sur les 80 possibles	i) 1,20€ sur 300€

Exercice 4 :

Un revendeur automobile achète un véhicule pour 22 500€. Il le revend une semaine plus tard 27 000€. Quel profit a-t-il fait ? Exprimer le comme un pourcentage du prix d'achat.

CORRECTION

Correction séquence 1

I) Organisation d'un calcul

$A = \dfrac{8 + 3\times4}{1 + 2\times1,5}$ On donne la priorité à la multiplication.

Comme il y a une addition au numérateur et au dénominateur, on ne peut pas simplifier le quotient.

$A = \dfrac{8 + 12}{1 + 3}$ On calcule le numérateur et le dénominateur.

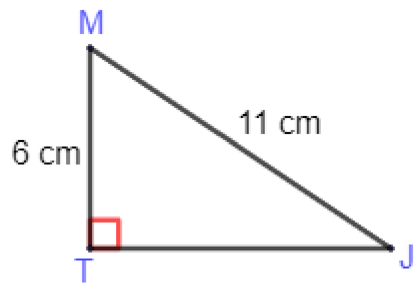
$A = \dfrac{20}{4}$ Un quotient est le résultat d'une division.

$A = 20\div4$ On peut transformer l'écriture fractionnaire.

$A = 5$ On termine le calcul.

$B = 2\times(5\times0,1+1,6)-4$
$B = 2\times(0,5+1,6)-4$
$B = 2\times2,1-4$
$B = 4,2-4$
$B = 0,2$

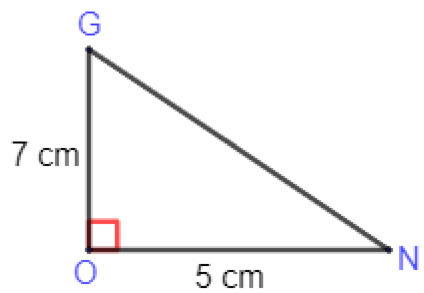
$C = 2(10,2-2,9)\div2+5\times(0,4\div8)$
$C = 2\times7,3\div2+5\times0,05$
$C = 3,65+0,25$
$C = 3,9$



II) Théorème de Pythagore

MTJ est rectangle en T avec MT = 6 cm et MJ = 11 cm. Calculer TJ.
MTJ est rectangle en T. D'après le théorème de Pythagore, $TJ^2 = MJ^2 - MT^2$
$TJ^2 = 11^2 - 6^2 = 121 - 36 = 85$
donc TJ = $\sqrt{85}$ ou TJ = $-\sqrt{85}$ or EG ≥ 0
donc TI = $\sqrt{85}$ donc le segment [TJ] = $\sqrt{85}$ cm.

GON est rectangle en O avec GO = 7 cm et ON = 5 cm. Calculer GN.
GON est rectangle en O. D'après le théorème de Pythagore, $GN^2 = GO^2 + ON^2$
$GN^2 = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 73$
donc GN = $\sqrt{73}$ ou GN = $-\sqrt{73}$ or GN ≥ 0
donc GN = $\sqrt{73}$ donc le segment [GN] mesure $\sqrt{73}$ cm.

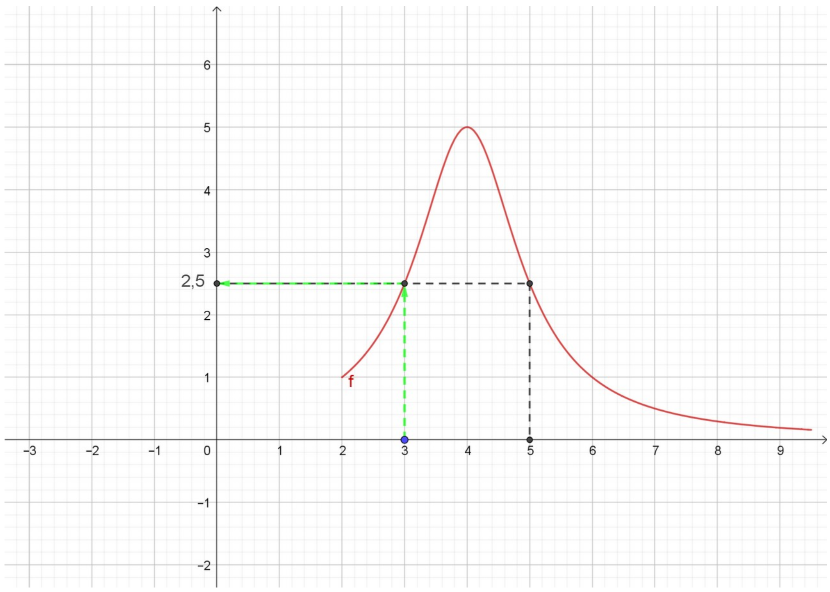


Correction séquence 2

I) Nombres relatifs

$A = -47+53$ $A = 6$	$B = 6\times(-10)+5$ $B = -60+5$ $B = -55$	$C = -400\div(-25)$ $C = 16$	$D = -1-(-1-4)$ $D = -1-(-5)$ $D = 4$
$E = -2\div(-4)\times(-3)$ $E = 0{,}5\times(-3)$ $E = -1{,}5$	$F = -0{,}2+0{,}16$ $F = -0{,}04$	$G = 6\times(-0{,}1)-6\times0{,}9$ $G = -0{,}6-0{,}54$ $G = -1{,}14$	$H = -400\div(-0{,}1)$ $H = 4\,000$

II) Notion de fonction



Exercice 1 :

1) En utilisant le graphique ci-contre, déterminer :

l'image de 4 par f.

→ f(4) = 5

l'image de 6 par f.

→ f(6) = 1

l'image de 7 par f.

→ f(7) = 0,5

→ f(9) = 0,2

→ f(2) = 1

→ f(4,5) = 4

2) En utilisant le graphique ci-contre, déterminer :

le(s) antécédent(s) de 5 par f.

→ 4 est l'antécédent de 5 par f.

le(s) antécédent(s) de 4 par f.

→ 3,5 et 4,5 sont les antécédents de 4 par f.

le(s) antécédent()s de 1 par f.

→ 2 et 6 sont les antécédents de 1 par f.

le(s) antécédent(s) de (-1) par f.

→ (-1) n'a pas d'antécédent par f

3) Calcul d'image

Calculer l'image de 5 pour la fonction h définie pour tout nombre x par h(x) = 0,2x – 1

→ h(5) = 0,2 × 5 - 1 = 1 – 1 = 0

Calculer i(-6) pour la fonction i définie pour tout nombre x par i(x) = $\frac{1}{3}(2x+5)$

→ i(-6) = $\frac{1}{3}(2\times(-6)+5) = \frac{1}{3}(-12+5) = \frac{1}{3}\times(-7) = -\frac{7}{3}$

Calculer P(-3) pour la fonction P définie pour tout nombre x par P(x) = $\frac{2x}{x+1}$

→ P(-3) = $\frac{2\times(-3)}{(-3)+1} = \frac{-6}{-2} = 3$

Existe-t-il un ou des nombres n'ayant pas d'image par P ?

Oui avec -1 car le dénominateur est nul.

Montrer que (-5) n'est pas un antécédent de 10 par la fonction R définie pour tout nombre x par R(x) = 2x – 1

R(-5) = $2\times(-5)-1 = -10-1 = -11 \neq 10$

donc (-5) n'est pas un antécédent de 10 par la fonction R.

Correction séquence 3

I) Nombres rationnels

$B = \frac{2}{3} - \frac{5}{3}\times\frac{4}{7}$ On donne la priorité à la multiplication.

$B = \frac{2}{3} - \frac{5\times4}{3\times7}$ On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

On vérifie si on peut simplifier le quotient : le numérateur et le dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

$B = \frac{2}{3} - \frac{20}{21}$ On cherche un dénominateur commun à $\frac{2}{3}$ et $\frac{20}{21}$: $21 = 3\times7$

$B = \frac{2\times7}{3\times7} - \frac{20}{21}$ On multiplie le numérateur 2 et le dénominateur 3 de $\frac{2}{3}$ par 7.

$B = \frac{14-20}{21}$ On soustrait les numérateurs. Ici, la différence est négative.

$B = -\frac{6}{21}$ On vérifie si on peut simplifier le quotient : 3 divise 6 et 21.

$B = -\frac{6\div3}{21\div3} = -\frac{2}{7}$ On simplifie le quotient par 3.

$C = \left(2 - \frac{5}{8}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)$ On donne la priorité aux parenthèses. On transforme 2 en $\frac{2}{1}$.

$C = \left(\frac{2}{1} - \frac{5}{8}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)$ On cherche un dénominateur commun à $\frac{2}{1}$ et $\frac{5}{8}$: $8 = 1\times8$

$C = \left(\frac{2\times8}{1\times8} - \frac{5}{8}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)$ On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{2}{1}$ par 8.

$C = \left(\frac{16-5}{8}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)$ On soustrait les numérateurs. Ici, la différence est positive.

$C = \frac{11}{8}\div\left(-\frac{3}{4}\right)$ Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

On transforme la division en multiplication et on inverse $-\frac{3}{4}$ en $-\frac{4}{3}$.

$C = \frac{11}{8}\times\left(-\frac{4}{3}\right)$ Il y a un facteur négatif donc le résultat est négatif.

$C = -\frac{11\times4}{8\times3}$ On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. On vérifie si on peut simplifier le quotient : $8 = 4\times2$

$C = -\frac{11\times4}{4\times2\times3} = -\frac{11}{6}$ On simplifie le quotient par 4.

$D = \frac{2}{5} - \frac{3}{5}\times\frac{1}{4}$

$D = \frac{2}{5} - \frac{3\times1}{5\times4}$

$D = \frac{2}{5} - \frac{3}{20}$

$D = \frac{2\times4}{5\times4} - \frac{3}{20}$

$D = \frac{8-3}{20}$

$D = \frac{5}{20}$

$D = \frac{5\div5}{20\div5}$

$D = \frac{1}{4}$

$E = -\frac{3}{5} + \frac{4}{5}\div\frac{2}{9}$

$E = -\frac{3}{5} + \frac{4}{5}\times\frac{9}{2}$

$E = -\frac{3}{5} + \frac{4\times9}{5\times2}$

$E = -\frac{3}{5} + \frac{36}{10}$

$E = -\frac{3\times2}{5\times2} + \frac{36}{10}$

$E = \frac{-6+36}{10}$

$E = \frac{30}{10}$

$E = 30\div10$

$E = 3$

$F = (\frac{1}{4} + \frac{2}{7})\div(-\frac{5}{21})$

$F = (\frac{1\times7}{4\times7} + \frac{2\times4}{7\times4})\div(-\frac{5}{21})$

$F = \frac{7+8}{28}\div(-\frac{5}{21})$

$F = \frac{15}{28}\times(-\frac{21}{5})$

$F = -\frac{15\times21}{28\times5}$

$F = -\frac{5\times3\times7\times3}{7\times4\times5}$

$F = -\frac{9}{4}$

$G = (\frac{3}{5} - \frac{3}{2})\times\frac{14}{27}$

$G = (\frac{3\times2}{5\times2} - \frac{3\times5}{2\times5})\times\frac{14}{27}$

$G = \frac{6-15}{10}\times\frac{14}{27}$

$G = -\frac{9}{10}\times\frac{14}{27}$

$G = -\frac{9\times14}{10\times27}$

$G = -\frac{9\times2\times7}{2\times5\times9\times3}$

$G = -\frac{7}{15}$

$H = \frac{4}{5}\div(\frac{3}{4} - 1)$

$H = \frac{4}{5}\div(\frac{3}{4} - \frac{4}{4})$

$H = \frac{4}{5}\div\frac{3-4}{4}$

$H = \frac{4}{5}\div(-\frac{1}{4})$

$H = -\frac{4}{5}\times\frac{4}{1}$

$H = -\frac{4\times4}{5}$

$H = -\frac{16}{5}$

$I = (\frac{1}{8} - \frac{7}{12})\div(\frac{7}{6} + \frac{7}{16})$

$I = (\frac{1\times3}{8\times3} - \frac{7\times2}{12\times2})\div(\frac{7\times8}{6\times8} + \frac{7\times3}{16\times3})$

$I = \frac{3-14}{24}\div\frac{56+21}{48}$

$I = \frac{-11}{24}\div\frac{77}{48}$

$I = -\frac{11}{24}\times\frac{48}{77}$

$I = -\frac{11\times24\times2}{24\times7\times11}$

$I = -\frac{2}{7}$

II) Conséquences du théorème de Pythagore

Montrer que le triangle EFG est rectangle avec EF = 6 cm ; FG = 6,3 cm et GE = 8,7 cm.

Dans le triangle EFG, on a $GE^2 = 8{,}7^2 = 75{,}69$ et $GF^2 + FE^2 = 6{,}3^2 + 6^2 = 39{,}69 + 36 = 75{,}69$
On a $GE^2 = GF^2 + FE^2$ donc EFG est rectangle en F.

Le triangle RST vérifiant TR = 10 cm ; RS = 7 cm et ST = 5 cm est-il rectangle ? Justifier.

Dans le triangle RST, on a $TR^2 = 10^2 = 100$ et $TS^2 + SR^2 = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$
On a $TR^2 \neq TS^2 + SR^2$ donc RST n'est pas rectangle.

Correction séquence 4

Développement

Exercice 1 : Développer chaque expression :

$A = 8(x - 3)$	$B = 4(2x + 5)$	$C = 5(2x + 4)$
$A = 8x - 24$	$B = 8x + 20$	$C = 10x + 20$
$D = 3x(x - 2)$	$E = 3(2 - x)$	$F = 2(3x - 4)$
$D = 3x^2 - 6x$	$E = 6 - 3x$	$F = 6x - 8$
$G = 4(5x - 1)$	$H = x(2 + 4x)$	$I = 5(1 - x)$
$G = 20x - 4$	$H = 2x + 4x^2$	$I = 5 - 5x$
$J = 5(3x + 7)$	$K = 2x(x - 3)$	$L = 7(3x - 5)$
$J = 15x + 35$	$K = 2x^2 - 6x$	$L = 21x - 35$
$M = -5x^2(x + 4)$	$N = -3(x - 2)$	$P = -4(5x - 1)$
$M = -5x^3 - 20x^2$	$N = -3x + 6$	$P = -20x + 4$
$Q = 2(3x - 4)$	$R = 5(1 - 2x)$	$S = -x^3(2 - 4x)$
$Q = 6x - 8$	$R = 5 - 10x$	$S = -2x^3 + 4x^4$
$T = -2x(x - 3)$	$U = 7x(3x - 5)$	$V = 3x^2(5x - 1)$
$T = -2x^2 + 6x$	$U = 21x^2 - 35x$	$V = 15x^3 - 3x^2$

Exercice 2 : Supprimer les parenthèses dans les expressions :

$A = 5(x + 7) - (3 + y - 7a)$	$B = -2(4 + a - b) + (9 - 3x)$	$C = (4 + 3x) - 4(a - b + 5)$
$A = 5x + 35 - 3 - y + 7a$	$B = -8 -2a + 2b + 9 - 3x$	$C = 4 + 3x - 4a + 4b - 20$
$A = 5x - y + 7a + 32$	$B = 1 - 2a + 2b - 3x$	$C = -16 + 3x - 4a + 4b$

Exercice 3 : Développer chaque expression :

$A = (a + 3)(2b + 7)$	$B = (2x + 7)(3y - 12)$	$C = (3n - 7)(2p - 1)$
$A = 2ab + 7a + 6b + 21$	$B = 6xy - 24x + 21y - 84$	$C = 6np - 3n - 14p + 7$
$D = (4n + 7)(p + 4)$	$E = (5y - 2)(6x + 3)$	$F = (6a - 5)(2b - 9)$
$D = 4np + 16n + 7p + 28$	$E = 30xy + 15y - 12x - 6$	$F = 12ab - 54a - 10b + 45$
$G = (3 + 2n)(p - 4)$	$H = (2a + 1)(7b - 5)$	$I = (4x - 3)(6y - 1)$
$G = 3p - 12 + 2np - 8n$	$H = 14ab - 10a + 7b - 5$	$I = 24xy - 4x - 18y + 3$

Exercice 4 : Développer chaque expression :

$J = (5x - 1)(2y + 4) - (7a - 8) + 4(b + 5)$
$J = 10xy + 20x - 2y - 4 - 7a + 8 + 4b + 20$
$J = 10xy + 20x - 2y - 7a + 4b + 24$

$K = 3(a - 4b) + (7y - 1)(2x - 3) - (3n + p)$
$K = 3a - 12b + 14xy - 21y - 2x + 3 - 3n - p$

$L = -(4a + 7) - 9(2x - 3) + (5b + 6)(8p - 1)$
$L = -4a - 7 - 18x + 27 + 40bp - 5b + 48p - 6$
$L = -4a - 18x + 40bp - 5b + 48p + 14$

Exercice 5 : Développer chaque expression en utilisant l' identité remarquable :

$A = (3x - 13)(3x + 13)$	$B = (6x + 11)(6x - 11)$	$C = (x - 14)(x + 14)$
$A = (3x)^2 - 13^2$	$B = (6x)^2 - 11^2$	$C = x^2 - 14^2$
$A = 9x^2 - 169$	$B = 36x^2 - 121$	$C = x^2 - 196$

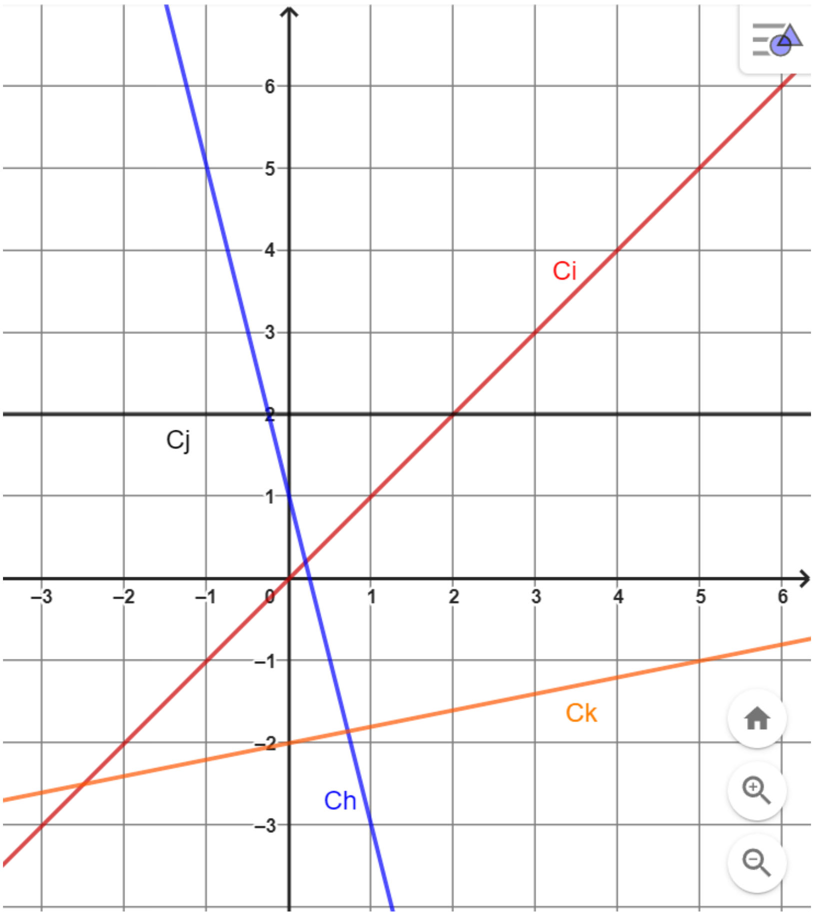
Correction séquence 5

Exercice 1 : Déterminer les nombres m et p des fonctions affines.

$h(x) = x$	m = 1 et p = 0 (h est affine et linéaire.)
$i(x) = 6$	m = 0 et p = 6 (i est affine et constante.)
$j(x) = 2 - x$	m = -1 et p = 2

Exercice 2 :

1) Déterminer les coefficients directeurs des droites représentant les fonctions h, i, j et k représentées sur le graphique ci-contre.



Pour h, on a m = $\frac{-4}{1} = -4$

Pour i, on a m = $\frac{+1}{1} = 1$

Pour j, on a m = 0

Pour k, on a m = $\frac{+1}{5} = \frac{1}{5}$

2) Déterminer
h(-1) = 5
i(2) = 2
j(1) = 2
k(0) = -2

3) Déterminer
l'antécédent de (-3) par h est 1
l'antécédent de (-2) par i est (-2)
l'antécédent de (-1) par k est 5

Exercice 3 : f est la fonction définie par f(x) = -5x + 4.

Préciser si les points A(2 ; -6) et $B\left(\frac{4}{7} ; -\frac{5}{7}\right)$ appartiennent à sa représentation graphique.

$f(2) = -5 \times 2 + 4 = -10 + 4 = -6$ donc A appartient à la représentation graphique de f.

$f\left(\frac{4}{7}\right) = -5 \times \frac{4}{7} + 4 = -\frac{20}{7} + \frac{28}{7} = \frac{8}{7} \neq -\frac{5}{7}$ donc B n'appartient pas à la représentation graphique de f.

Exercice 4 : Construire la courbe (d) de la fonction f définie par $f(x) = -\frac{4}{5}x + 2$ en calculant les coordonnées de deux points et en plaçant ces points dans le repère

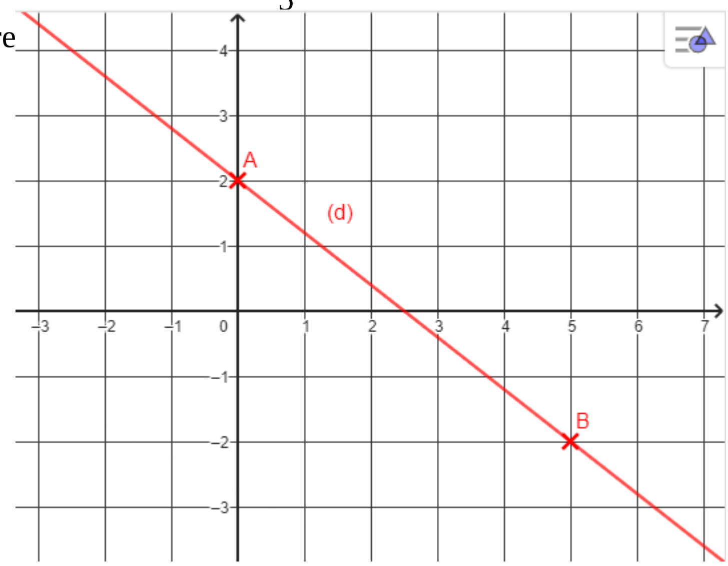
$f(0) = -\frac{4}{5} \times 0 + 2 = 2$

donc le point A(0 ; 2) appartient à (d).

$f(5) = -\frac{4}{5} \times 5 + 2 = -4 + 2 = -2$

donc le point B(5 ; -2) appartient à (d).

On place les points A(0 ; 2) et B(5 ; -2) et on trace la droite (AB).



Correction séquence 6

Factorisation

Exercice 1 : Factoriser chaque expression :

$A = 48 + 8x$
$A = 8(6 + x)$

$B = 2 - 2t$
$B = 2(1 - t)$

$C = 9n^2 - 6n$
$C = 3n(3n - 2)$

$D = 63y - 35$
$D = 7(9y - 5)$

$E = 6x^2 - 5x$
$E = x(6x - 5)$

$F = 8t^2 + 6t + 2$
$F = 2(4t^2 + 3t + 1)$

$G = 15a + 20$
$G = 5(3a + 4)$

$H = 49y^2 + 14y$
$H = 7y(7y + 2)$

$I = 25 - 5x$
$I = 5(5 - x)$

$J = (3x + 1)(5x - 2) + 4(3x + 1)$
$J = (3x + 1)[(5x - 2) + 4]$
$J = (3x + 1)(5x - 2 + 4)$
$J = (3x + 1)(5x + 2)$

$K = (2x - 9)(x - 2) - (x - 2)(8 - 7x)$
$K = (x - 2)[(2x - 9) - (8 - 7x)]$
$K = (x - 2)(2x - 9 - 8 + 7x)$
$K = (x - 2)(9x - 17)$

$L = (x - 8)(2x + 7) + (x - 5)(x - 8)$
$L = (x - 8)[(2x + 7) + (x - 5)]$
$L = (x - 8)(2x + 7 + x - 5)$
$L = (x - 8)(3x + 2)$

$M = (2x - 5)(3x + 2) - 5(3x + 2)$
$M = (3x + 2)[(2x - 5) - 5]$
$M = (3x + 2)(2x - 5 - 5)$
$M = (3x + 2)(2x - 10)$

$N = (7x + 1)(3x - 2) + 5(7x + 1)$
$N = (7x + 1)[(3x - 2) + 5]$
$N = (7x + 1)(3x - 2 + 5)$
$N = (7x + 1)(3x + 3)$

$P = (5x - 9)(x - 3) - (5x - 9)(7 - 8x)$
$P = (5x - 9)[(x - 3) - (7 - 8x)]$
$P = (5x - 9)(x - 3 - 7 + 8x)$
$P = (5x - 9)(9x - 10)$

Exercice 2 : Réduire les expressions :

$A = 2x - 3 + 8 - 4x + x^2$
$A = x^2 - 2x + 5$

$B = 5(x - 1) + 2x(1 - x) + 4$
$B = 5x - 5 + 2x - 2x^2 + 4$
$B = -2x^2 + 7x - 1$

$C = 3x + 9 - 7x + 2x^2 + 8 + 4x$
$C = 2x^2 + 17$

$D = 4(5x + 2) - 17x + 3x(2x - 1) + 5x^2 - 4$
$D = 20x + 8 - 17x + 6x^2 - 3x + 5x^2 - 4$
$D = 11x^2 + 4$

$E = 5x^2 - 7x + 5 - 3x^2 + 4x - 9$
$E = 2x^2 - 3x - 4$

$F = 2x(7 - x) + 3 + 7(5 + 3x) - 5x^2$
$F = 14x - 2x^2 + 3 + 35 + 21x - 5x^2$
$F = -7x^2 + 35x + 38$

Exercice 3 : Développer et réduire chaque expression :

$A = 3(x + 2) - x + 1$
$A = 3x + 6 - x + 1$
$A = 2x + 7$

$B = (7x - 3)(6x + 1)$
$B = 42x^2 + 7x - 18x - 3$
$B = 42x^2 - 11x - 3$

$C = (2x + 3)(5 - 2x)$
$C = 10x - 4x^2 + 15 - 6x$
$C = -4x^2 + 4x + 15$

$D = (-10 - 3a)(2a - 9)$
$D = -20a + 90 - 6a^2 + 27a$
$D = -6a^2 + 7a + 90$

$E = -7(-x + 3) + 3(x + 2) - 2(x - 1)$
$E = 7x - 21 + 3x + 6 - 2x + 2$
$E = 8x - 13$

$F = -4(-3x - 1) - (4x + 7)$
$F = 12x + 4 - 4x - 7$
$F = 8x - 3$

Exercice 4 : Développer et réduire chaque expression :

$A = (3x + 1)(5x - 2) + 4(3x + 1)$
$A = 15x^2 - 6x + 5x - 2 + 12x + 4$
$A = 15x^2 + 11x + 2$

$B = (2x - 9)(x - 2) - (x - 2)(8 - 7x)$
$B = 2x^2 - 4x - 9x + 18 - (8x - 7x^2 - 16 + 14x)$
$B = 2x^2 - 13x + 18 - 22x + 7x^2 + 16$
$B = 9x^2 - 35x + 34$

$C = (x - 8)(2x + 7) + (x - 5)(x - 8)$
$C = 2x^2 + 7x - 16x - 56 + x^2 - 8x - 5x + 40$
$C = 3x^2 - 22x - 16$

$D = (2x - 5)(3x + 2) - 5(3x + 2)$
$D = 6x^2 + 4x - 15x - 10 - 15x - 10$
$D = 6x^2 - 26x - 20$

$E = (7x + 1)(3x - 2) + 5(7x + 1)$
$E = 21x^2 - 14x + 3x - 2 + 35x + 5$
$E = 21x^2 + 24x + 3$

$F = (5x - 9)(x - 3) - (5x - 9)(7 - 8x)$
$F = 5x^2 - 15x - 9x + 27 - (35x - 40x^2 - 63 + 72x)$
$F = 5x^2 - 24x + 27 - 107x + 40x^2 + 63$
$F = 45x^2 - 131x + 90$

Exercice 5 : Factoriser chaque expression avec l'identité remarquable :

$A = 25 - 36x^2$
$A = 5^2 - (6x)^2$
$A = (5 + 6x)(5 - 6x)$

$B = 64 - 81x^2$
$B = 8^2 - (9x)^2$
$B = (8 + 9x)(8 - 9x)$

$C = 1 - 25x^2$
$C = 1^2 - (5x)^2$
$C = (1 + 5x)(1 - 5x)$

Exercice 6 (Difficile) : Factoriser chaque expression avec l'identité remarquable :

$A = (x + 1)^2 - (x + 4)^2$
$A = [(x + 1) + (x + 4)][(x + 1) - (x + 4)]$
$A = (x + 1 + x + 4)(x + 1 - x - 4)$
$A = -3(2x + 5)$

$B = (3x - 7)^2 - 1$
$B = (3x - 7)^2 - 1^2$
$B = (3x - 7 + 1)(3x - 7 - 1)$
$B = (3x - 6)(3x - 8)$

$C = 9x^2 - 25 + (3x - 5)(2x + 13)$
$C = (3x)^2 - 5^2 + (3x - 5)(2x + 13)$
$C = (3x + 5)(3x - 5) + (3x - 5)(2x + 13)$
$C = (3x - 5)[(3x + 5) + (2x + 13)]$
$C = (3x - 5)(3x + 5 + 2x + 13)$
$C = (3x - 5)(5x + 18)$

$D = (2x + 7)^2 - (3x + 5)^2$
$D = [(2x + 7) + (3x + 5)][(2x + 7) - (3x + 5)]$
$D = (2x + 7 + 3x + 5)(2x + 7 - 3x - 5)$
$D = (5x + 12)(-x + 2)$

Correction séquence 7

Équations de 1^er^ degré

Exercice 1 :

1) 3x = 7

$3x \div 3 = 7 \div 3$

$x = \frac{7}{3}$

La solution est $\frac{7}{3}$

2) 3 + x = 2

$3 + x - 3 = 2 - 3$

$x = -1$

La solution est (-1)

3) 5 + 2x = 41

$5 + 2x - 5 = 41 - 5$

$2x = 36$

$2x \div 2 = 36 \div 2$

$x = \frac{36}{2} = 18$

La solution est 18

4) 8x – 5 = 5x – 16

$8x - 5 - 5x = 5x - 16 - 5x$

$3x - 5 + 5 = -16 + 5$

$3x = -11$

$3x \div 3 = -11 \div 3$

$x = -\frac{11}{3}$

La solution est $-\frac{11}{3}$

5) 4(x + 3) = 5(2x – 8)

$4 \times x + 4 \times 3 = 5 \times 2x - 5 \times 8$

$4x + 12 = 10x - 40$

$4x + 12 - 10x = 10x - 40 - 10x$

$-6x + 12 - 12 = -40 - 12$

$-6x = -52$

$-6x \div (-6) = -52 \div (-6)$

$x = \frac{52}{6} = \frac{52 \div 2}{6 \div 2} = \frac{26}{3}$

La solution est $\frac{26}{3}$

Exercice 2 : À l'aide d'un tableur, on obtient le tableau suivant :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x)	22	17	12	7	2	-3	-8

1) Déterminer l'image de (-1) par la fonction f.
Avec la colonne D, l'image de (-1) par la fonction f est 12.
2) Déterminer un antécédent de (-3) par la fonction f.
Avec la colonne G, l'antécédent de (-3) par la fonction f est 2.
3) Dans la cellule B2, on a saisi la formule =-5*B1 + 7. Déterminer l'expression de la fonction f.
f(x) = -5x + 7
4) Calculer f(6).

$f(6) = -5 \times 6 + 7 = -30 + 7 = -23$

5) Déterminer l'antécédent de 0 par la fonction f.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -5x + 7 = 0 \Leftrightarrow -5x + 7 - 7 = 0 - 7 \Leftrightarrow -5x = -7 \Leftrightarrow -5x \div (-5) = -7 \div (-5) \Leftrightarrow x = \frac{7}{5}$

L'antécédent de 0 par la fonction f est $\frac{7}{5}$.

Exercice 3 : g est une fonction affine avec m = -2 et g(1) = 5. Déterminer l'expression de g.
On a g(x) = -2x + p et g(1) = 5. On cherche p.

$g(1) = 5 \Leftrightarrow -2\times1 + p = 5 \Leftrightarrow -2 + p = 5 \Leftrightarrow -2 + p+2 = 5+2 \Leftrightarrow p = 7$

Ainsi g(x) = -2x + 7.

Exercice 4 : h est une fonction affine avec p = -2 et h(5) = 4. Déterminer l'expression de h.
On a h(x) = mx – 2 et h(5) = 4. On cherche m.

$h(5) = 4 \Leftrightarrow m\times5-2 = 4 \Leftrightarrow 5m-2+2 = 4+2 \Leftrightarrow 5m = 6 \Leftrightarrow 5m \div5 = 6 \div5 \Leftrightarrow m = \frac{6}{5}$

Ainsi h(x) = $\frac{6}{5}$ x – 2.

Exercice 5 : Déterminer l'expression de la fonction affine f telle que f(3) = 6 et f(5) = 12.
f est affine donc il existe deux nombres m et p tels que f(x) = mx + p.

On a $m = \frac{f(5)-f(3)}{5-3} = \frac{12-6}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Donc, f(x) = 3x + p.
De plus, f(5) = 12.

$f(5) = 12 \Leftrightarrow 5\times3 + p = 12 \Leftrightarrow 15 + p = 12 \Leftrightarrow 15 + p - 15 = 12 - 15 \Leftrightarrow p = -3$

Ainsi, f(x) = 3x – 3

Correction séquence 8

Équations produit nul

Exercice 1 :

1) $(5x + 4)(3x - 1) = 0$

$5x + 4 = 0$
$5x + 4 - 4 = 0 - 4$
$5x = -4$
$5x \div 5 = -4 \div 5$
$x = -\frac{4}{5}$

ou

$3x - 1 = 0$
$3x - 1 + 1 = 0 + 1$
$3x = 1$
$3x \div 3 = 1 \div 3$
$x = \frac{1}{3}$

Les solutions sont $-\frac{4}{5}$ et $\frac{1}{3}$

2) $(7x + 5)(8x - 3) = 0$

$7x + 5 = 0$
$7x + 5 - 5 = 0 - 5$
$7x = -5$
$7x \div 7 = -5 \div 7$
$x = -\frac{5}{7}$

ou

$8x - 3 = 0$
$8x - 3 + 3 = 0 + 3$
$8x = 3$
$8x \div 8 = 3 \div 8$
$x = \frac{3}{8}$

Les solutions sont $-\frac{5}{7}$ et $\frac{3}{8}$

3) $(9x + 4)(7x - 5) = 0$

$9x + 4 = 0$
$9x + 4 - 4 = 0 - 4$
$9x = -4$
$9x \div 9 = -4 \div 9$
$x = -\frac{4}{9}$

ou

$7x - 5 = 0$
$7x - 5 + 5 = 0 + 5$
$7x = 5$
$7x \div 7 = 5 \div 7$
$x = \frac{5}{7}$

Les solutions sont $-\frac{4}{9}$ et $\frac{5}{7}$

4) $(9x - 5)(8x - 7) = 0$

$9x - 5 = 0$
$9x - 5 + 5 = 0 + 5$
$9x = 5$
$9x \div 9 = 5 \div 9$
$x = \frac{5}{9}$

ou

$8x - 7 = 0$
$8x - 7 + 7 = 0 + 7$
$8x = 7$
$8x \div 8 = 7 \div 8$
$x = \frac{7}{8}$

Les solutions sont $\frac{5}{9}$ et $\frac{7}{8}$

Exercice 2 (très difficile) : Factoriser le membre de gauche puis résoudre les équations produit nul

$5(3x + 1) + (3x + 1)(2x - 5) = 0$

$(3x + 1)[5 + (2x - 5)] = 0$
$(3x + 1)(5 + 2x - 5) = 0$
$(3x + 1)(2x) = 0$

$3x + 1 = 0$
$3x + 1 - 1 = 0 - 1$
$3x = -1$
$3x \div 3 = -1 \div 3$
$x = -\frac{1}{3}$

ou

$2x = 0$
$2x \div 2 = 0 \div 2$
$x = 0$

Les solutions sont $-\frac{1}{3}$ et 0

$(7x + 2)(3x - 5) - 3(7x + 2) = 0$

$(7x + 3)[(3x - 5) - 3] = 0$

$(7x + 3)(3x - 5 - 3) = 0$

$(7x + 3)(3x - 8) = 0$

$7x + 3 = 0$ ou $3x - 8 = 0$

$7x + 3 - 3 = 0 - 3$ ou $3x - 8 + 8 = 0 + 8$

$7x = -3$ ou $3x = 8$

$7x \div 7 = -3 \div 7$ ou $3x \div 3 = 8 \div 3$

$x = -\frac{3}{7}$ ou $x = \frac{8}{3}$

Les solutions sont $-\frac{3}{7}$ et $\frac{8}{3}$

$(x - 5)(2x + 3) + (5x - 1)(x - 5) = 0$

$(x - 5)[(2x + 3) + (5x - 1)] = 0$

$(x - 5)(2x + 3 + 5x - 1) = 0$

$(x - 5)(7x + 2) = 0$

$x - 5 = 0$ ou $7x + 2 = 0$

$x - 5 + 5 = 0 + 5$ ou $7x + 2 - 2 = 0 - 2$

$x = 5$ ou $7x = -2$

$7x \div 7 = -2 \div 7$

$x = -\frac{2}{7}$

Les solutions sont $-\frac{2}{7}$ et 5

$(9x + 1)(5x - 8) - (x + 2)(9x + 1) = 0$

$(9x + 1)[(5x - 8) - (x + 2)] = 0$

$(9x + 1)(5x - 8 - x - 2) = 0$

$(9x + 1)(4x - 10) = 0$

$9x + 1 = 0$ ou $4x - 10 = 0$

$9x + 1 - 1 = 0 - 1$ ou $4x - 10 + 10 = 0 + 10$

$9x = -1$ ou $4x = 10$

$9x \div 9 = -1 \div 9$ ou $4x \div 4 = 10 \div 4$

$x = -\frac{1}{9}$ ou $x = \frac{10}{4} = \frac{10 \div 2}{4 \div 2} = \frac{5}{2}$

Les solutions sont $-\frac{1}{9}$ et $\frac{5}{2}$

$(x + 9)^2 + (5x - 7)(x + 9) = 0$

$(x + 9)(x + 9) + (5x - 7)(x + 9) = 0$

$(x + 9)[(x + 9) + (5x - 7)] = 0$

$(x + 9)(x + 9 + 5x - 7) = 0$

$(x + 9)(6x + 2) = 0$

$x + 9 = 0$ ou $6x + 2 = 0$

$x + 9 - 9 = 0 - 9$ ou $6x + 2 - 2 = 0 - 2$

$x = -9$ ou $6x = -2$

$6x \div 6 = -2 \div 6$

$x = -\frac{2}{6} = -\frac{2 \div 2}{6 \div 2} = -\frac{1}{3}$

Les solutions sont -9 et $-\frac{1}{3}$

$(8x-1)^2-(8x-1)(5x+6)=0$

$(8x-1)(8x-1)-(8x-1)(5x+6)=0$

$(8x-1)[(8x-1)-(5x+6)]=0$

$(8x-1)(8x-1-5x-6)=0$

$(8x-1)(3x-7)=0$

$8x-1=0$		$3x-7=0$	
$8x-1+1=0+1$		$3x-7+7=0+7$	
$8x=1$	**ou**	$3x=7$	Les solutions sont $\frac{1}{8}$ et $\frac{7}{3}$
$8x\div 8=1\div 8$		$3x\div 3=7\div 3$	
$x=\frac{1}{8}$		$x=\frac{7}{3}$	

$25x^2-9+(2x-7)(5x+3)=0$

$(5x)^2-3^2+(2x-7)(5x+3)=0$

$(5x+3)(5x-3)+(2x-7)(5x+3)=0$

$(5x+3)[(5x-3)+(2x-7)]=0$

$(5x+3)(5x-3+2x-7)=0$

$(5x+3)(7x-10)=0$

$5x+3=0$		$7x-10=0$	
$5x+3-3=0-3$		$7x-10+10=0+10$	
$5x=-3$	**ou**	$7x=10$	Les solutions sont $-\frac{3}{5}$ et $\frac{10}{7}$
$5x\div 5=-3\div 5$		$7x\div 7=10\div 7$	
$x=-\frac{3}{5}$		$x=\frac{10}{7}$	

Correction séquence 9

Proportionnalité

Exercice 1 :

On achète 12 assiettes pour 3,12€. Combien d'assiettes peut-on acheter pour 7,54 € ?

Le prix varie proportionnellement en fonction du nombre d'assiettes.

Nombre d'assiettes	12	?
Prix	3,12	7,54

On calcule le nombre d'assiettes

7,54 € $\times$ 12 $\div$ 3,12 € = 29

On peut acheter 29 assiettes.

Exercice 2 :

Pour fabriquer 95 m de tissu de 1,20 m de large, il faut 103,7 kg de laine. Quelle masse de laine faut-il pour fabriquer 43 m de tissu de 1,4 m de large ?

La masse de la laine est proportionnelle à l'aire du tissu

Masse de laine	103,7	?
Aire du tissu	$95 \times 1,2 = 114$	$43 \times 1,4 = 60,2$

La masse de laine est de 60,2 m^2 $\times$ 103,7 kg $\div$ 114 m^2 = 54,8 kg

Correction séquence 10

Exercice 1 :

a. 10 % de 40 \$ = 4 \$	b) 30 % de 180€ = 54 €	c) 70 % de 210£ = 147£
d) 11 % de 20€ = 2,2€	e) 36 % de 450\$ = 162\$	f) 12 % de 2950 roupies = 354 roupies
g) 17,5 % de 4000 pesos = 700 pesos	h) 6,8 % de 40£ = 2,72£	i)10,9 % de 50000 ¥ = 5450 ¥

Exercice 2 : Une mairie collecte 4500 tonnes de déchets tous les ans. 27 % de la collecte est recyclé. Quelle masse cela représente-t-il ?

On calcule la masse de déchets recyclés

27 % de 4500 t = 1215 t

La mairie recycle 1215 t.

Exercice 3 : Exprimer la 1er quantité comme un pourcentage de la 2nde

a) 10 km sur 50 km **20 %**	b) 60 cents sur 2 € **30 %**	c) 2L sur 400 mL 2000 mL ÷ 400 mL = **500 %**
d) 24 min sur 2 heures **20 %**	e) 0,5 m sur 25 cm **200 %**	f) 3 m sur 4 m **75 %**
g) 332 livres vendues sur 500 imprimés **64,4 %**	h) 64 points sur les 80 possibles **80 %**	i) 1,20€ sur 300€ **0,4 %**

Exercice 4 :

Un revendeur automobile achète un véhicule pour 22 500€. Il le revend une semaine plus tard 27 000€. Quel profit a-t-il fait ? Exprimer le comme un pourcentage du prix d'achat.

On calcule le profit fait

27000 € - 22500 € = 4500€

Il a gagné 4500 € sur les 22500 € de départ soit $\frac{4500\,€}{22500\,€}=20\,\%$